2 Regelkreisverhalten

Hinweise zur Lösung

Das dynamische Verhalten eines regelungstechnischen Gliedes mit der Ausgangsgröße $x(t)$ nach einem Eingangssprung $\hat{y}$ wird mit Differentialgleichungen oder mit Übertragungsfunktionen beschrieben. Aus einer Übertragungsfunktion $G(s)$ kann man nach Grenzwertsätzen die Werte der Ausgangsgröße $x(t)$ in statischen Zuständen zum Beginn des Übergangsprozesses bei $t = 0$

$$x(0) = \lim_{t \to 0} x(t)$$

und zum Ende bei $t \to \infty$

$$x(\infty) = \lim_{t \to \infty} x(t)$$

ermitteln. Unter Beachtung, dass es bei $t = 0$ für den Laplace-Operator $s \to \infty$ gilt, und umgekehrt, bei $t \to \infty$ wird $s \to 0$, ergeben sich folgende Formeln:

$$x(0) = \lim_{s \to \infty} G(s)\,\hat{y} \quad \text{und} \quad x(\infty) = \lim_{s \to 0} G(s)\,\hat{y}\,.$$

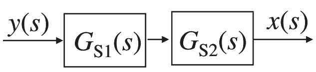
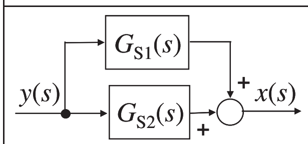
Für proportionale Glieder wie

$$G(s) = \frac{K_P}{(1 + sT_1)(1 + sT_2)}$$

bedeutet dies, dass im Endzustand nur der Proportionalbeiwert K_P berücksichtigt wird:

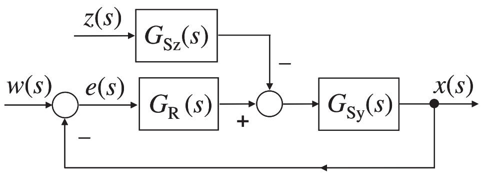
$$x(\infty) = \lim_{s \to 0} G(s)\,\hat{y} = K_P\,\hat{y}$$

Dies gilt auch für die Schaltungen von Übertragungsgliedern, wie die nachfolgenden Tabellen zeigen.

Wirkungsplan	Dynamisches Verhalten $x(s) = G_S(s)\,\hat{y}$	Im Beharrungszustand für proportionale Glieder bei $t \to \infty$
	Reihenschaltung $G_S(s) = G_{S1}(s) G_{S2}(s)$	$x(\infty) = K_{PS1} K_{PS2}\,\hat{y}$
	Parallelschaltung $G_S(s) = G_{S1}(s) + G_{S2}(s)$	$x(\infty) = (K_{PS1} + K_{PS2})\,\hat{y}$

S. Zacher, *Übungsbuch Regelungstechnik*, DOI 10.1007/978-3-658-16303-7_2

Dasselbe gilt für den gesamten geschlossenen Regelkreis, wie unten gezeigt ist.



$$G_{\text{geschl}}(s) = \frac{G_{\text{vorwärts}}(s)}{1 + G_{\text{vorwärts}}(s) G_{\text{rückführ}}(s)}$$

$$x(s) = G_{\text{w}}(s)\hat{w}$$

$$x(s) = G_{\text{z}}(s)\hat{z}$$

Führungsverhalten: $\hat{z} = 0$ $G_{\text{w}}(s) = \dfrac{G_{\text{R}}(s) G_{\text{Sy}}(s)}{1 + G_{\text{R}}(s) G_{\text{Sy}}(s)}$	für proportionale Glieder bei $t \to \infty$ $K_{\text{Pw}} = \dfrac{K_{\text{PR}} K_{\text{PSy}}}{1 + K_{\text{PR}} K_{\text{PSy}}}$ und $x(\infty) = K_{\text{Pw}} \hat{w}$
Störverhalten: $\hat{w} = 0$ $G_{\text{z}}(s) = \dfrac{G_{\text{Sz}}(s) G_{\text{Sy}}(s)}{1 + G_{\text{R}}(s) G_{\text{Sy}}(s)}$	für proportionale Glieder bei $t \to \infty$ $K_{\text{Pz}} = \dfrac{K_{\text{PSz}} K_{\text{PSy}}}{1 + K_{\text{PR}} K_{\text{PSy}}}$ und $x(\infty) = K_{\text{Pz}} \hat{z}$

Die Regeldifferenz nach einem Eingangssprung $\hat{w}$ oder $\hat{z}$ wird im Führungs- und Störverhalten einheitlich ermittelt:

$$e(t) = \hat{w} - x(t)$$

Im Beharrungszustand $t \to \infty$ entspricht dies dem folgenden Zusammenhang:

$$e(\infty) = \hat{w} - x(\infty)$$

Jedoch unterscheiden sich die Regelgrößen nach einem Eingangssprung $\hat{w}$ oder $\hat{z}$ und unterliegen folgenden Formeln.

- nach einem $\hat{w}$ -Sprung (Führungsverhalten)

  $x(s) = G_{\text{w}}(s)\hat{w}$ bzw. im Beharrungszustand: $x(\infty) = \lim\limits_{s \to 0} G_{\text{w}}(s)\,\hat{w}$

- nach einem $\hat{z}$ -Sprung (Störverhalten)

  $x(s) = G_{\text{z}}(s)\hat{z}$ bzw. im Beharrungszustand: $x(\infty) = \lim\limits_{s \to 0} G_{\text{z}}(s)\,\hat{z}$

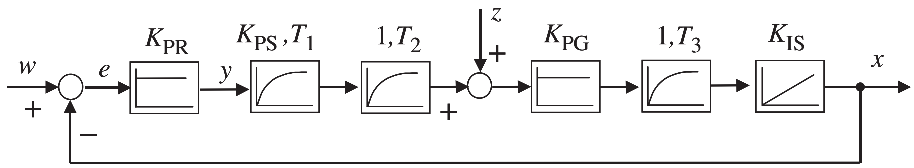
Für Regelkreise, die wenigstens ein I-Glied beinhalten, kann die bleibende Regeldifferenz nach einer einfachen Faustformel bestimmt werden.

Die Faustformel geht aus der Tatsache hervor, dass die Eingangsgröße eines I-Gliedes im Beharrungszustand gleich Null sein muss, ansonsten wird kein Beharrungszustand erreicht. Dabei werden auch die Eigenschaften der P-Glieder im Beharrungszustand berücksichtigt: $x_{\text{aus}}(\infty) = K_{\text{P}} x_{\text{ein}}(\infty) \quad \Rightarrow \quad x_{\text{ein}}(\infty) = \dfrac{1}{K_{\text{P}}} x_{\text{aus}}(\infty)$.

Muster-Aufgabe mit Lösung

Der Wirkungsplan des Regelkreises mit einem P-Regler mit $K_{PR} = 3$ ist unten gegeben:

$K_{PS} = 30$ $T_1 = 0{,}1$ s $T_2 = 0{,}6$ s $T_3 = 0{,}4$ s $K_{PG} = 0{,}01$ $K_{IS} = 1\ \text{s}^{-1}$

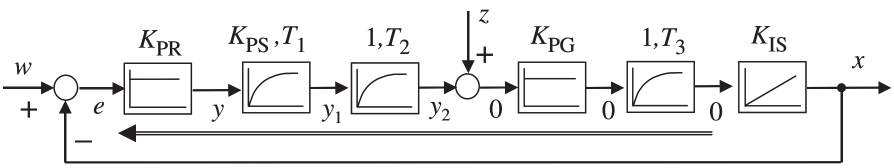


Wie groß ist die bleibende Regeldifferenz $e(\infty)$:

a) bei einem Eingangssprung der Störgröße $\hat{z} = 9$? Dabei ist $\hat{w} = 0$.

b) bei einem Eingangssprung der Führungsgröße $\hat{w} = 9$? Dabei ist $\hat{z} = 0$.

Lösung: Im Beharrungszustand ist die Eingangsvariable des I-Gliedes gleich Null.



a) Im Beharrungszustand für Störverhalten $\hat{z} = 9$ und $\hat{w} = 0$:

$$y_2(\infty) + \hat{z} = 0 \quad \Rightarrow \quad y_2(\infty) = 0 - \hat{z} \quad \Rightarrow \quad y_2(\infty) = -\hat{z} = -9$$

$$y_1(\infty) = -\hat{z} = -9$$

$$y(\infty) = \frac{1}{K_{PS}} \cdot y_1(\infty) = \frac{1}{K_{PS}} \cdot (-9) = -\frac{9}{30} = -0{,}3$$

$$e(\infty) = \frac{1}{K_{PR}} \cdot y(\infty) = \frac{1}{K_{PR}} \cdot (-0{,}3) = -\frac{0{,}3}{3} = -0{,}1\,.$$

b) Im Beharrungszustand für Führungsverhalten $\hat{w} = 9$ und $\hat{z} = 0$:

$$y_2(\infty) + \hat{z} = 0 \quad \Rightarrow \quad y_2(\infty) = 0 - \hat{z} \quad \Rightarrow \quad y_2(\infty) = 0$$

$$y_1(\infty) = 0$$

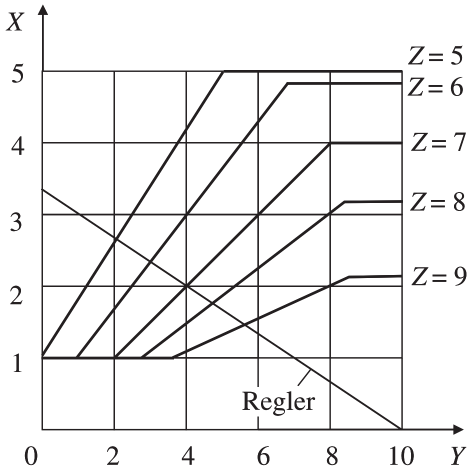
$$y(\infty) = \frac{1}{K_{PS}} \cdot y_1(\infty) = \frac{1}{K_{PS}} \cdot 0 = 0$$

$$e(\infty) = \frac{1}{K_{PR}} \cdot y(\infty) = \frac{1}{K_{PR}} \cdot 0 = 0\,.$$

Aufgaben: Regelkreisverhalten

2.1 Statisches Verhalten (1) .... ①②③

Betrachtet wird das statische Verhalten eines Regelkreises. Das Kennlinienfeld der Strecke und die Kennlinie des Reglers sind unten im Bild gezeigt.



Bestimmen Sie:

a) Wie groß sind die Proportionalbeiwerte K_{PSy} und K_{PSz} im Arbeitspunkt $Y_0 = 4$ und $Z_0 = 7$?

b) Wie groß ist der Proportionalbeiwert des Reglers K_{PR}?

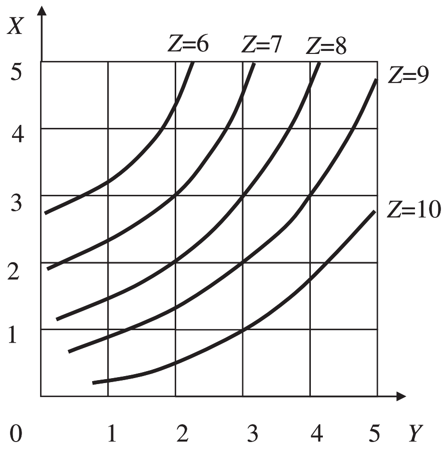
c) Wie groß ist der Sollwert W ?

d) Wie groß ist die bleibende Regeldifferenz $e(\infty)$ nach einem Störsprung von $\hat{z} = -3$?

e) Wie groß ist die Stellgröße Y im Beharrungszustand nach dem Störsprung $\hat{z} = -3$?

2.2 Statisches Verhalten (2) .... ①②③④

Das nichtlineare Kennlinienfeld der Regelstrecke $X = f(Y, Z)$ ist im Bild unten gegeben. Die Strecke wird mit einem P-Regler mit dem Kennwert K_{PR} geregelt. Im Arbeitspunkt A, bei dem $W = 2$ ist, erzeugt der Regler die Stellgröße $Y_0 = 3$. Wird keine Stellgröße erzeugt, bzw. $Y = 0$, ist der Streckenausgang $X = 5$.

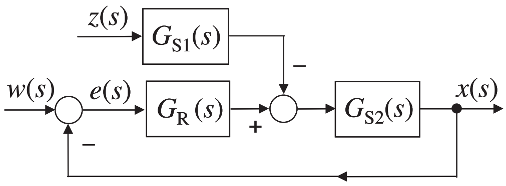


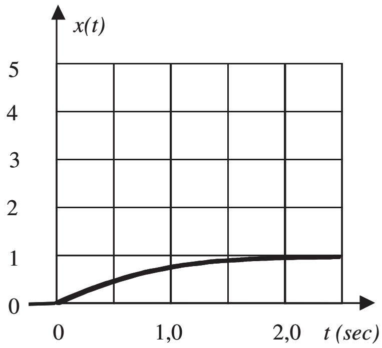
a) Bestimmen Sie den Proportionalbeiwert des Reglers K_{PR}.

b) Wie groß sind die bleibende Regeldifferenz $e(\infty)$ und der Regelfaktor R_F nach einem Sprung der Störgröße $\hat{z} = -2$?

c) Tragen Sie die Kennlinie eines anderen P-Reglers mit K^*_{PR} durch den Arbeitspunkt A in das Bild links so ein, dass beim Eingangssprung der Störgröße $\hat{z} = -2$ die bleibende Regeldifferenz $e(\infty)$ den Wert 0,3 beträgt, d. h. $e(\infty) = 0{,}3$. Wie groß wird dabei K^*_{PR}?

2.3 Beharrungszustand .... ①





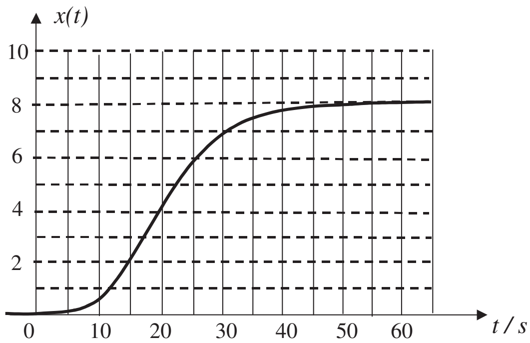
Gegeben ist die Sprungantwort eines Regelkreises mit dem P-Regler bei einem Störsprung $\hat{z} = -5$ und die Teilstrecken mit $K_{PS1} = 2$ und $K_{PS2} = 0{,}9$:

$$G_{S1} = \frac{K_{PS1}}{1 + sT_1}$$

$$G_{S2} = \frac{K_{PS2}}{1 + sT_2} .$$

Wie groß ist der Proportionalbeiwert K_{PR} des Reglers?

2.4 Bleibende Regeldifferenz und Regelfaktor .... ①

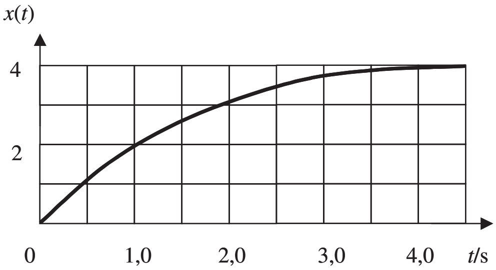


Gegeben ist die Sprungantwort eines Regelkreises $x(t)$ nach dem Eingangssprung der Führungsgröße $\hat{w} = 9$.

a) Wie groß ist die bleibende Regeldifferenz?

b) Wie groß ist der reelle Regelfaktor R_F ?

2.5 Regelfaktor .... ①



Die Sprungantwort eines Regelkreises x(t) ist links gezeigt.

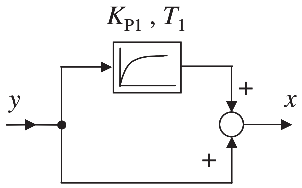
Der reelle (statische) Regelfaktor ist $R_F(0) = 0{,}5$.

Wie groß ist der Eingangssprung der Führungsgröße w?

2.6 Parallelschaltung .... ①②③

Der Wirkungsplan einer Regelstrecke als Parallelschaltung ist unten gezeigt. Die Parameter der Teilstrecke (P-T1-Glied) sind gegeben:

$K_{P1} = 3$ und $T_1 = 8$ s.



Bestimmen Sie die Kennwerte (Proportionalbeiwert und Zeitkonstanten) der Übertragungsfunktion der Gesamtstrecke, deren Stellgröße y und Regelgröße x ist.

2.7 Reihen- und Kreisschaltung .... ①②③④

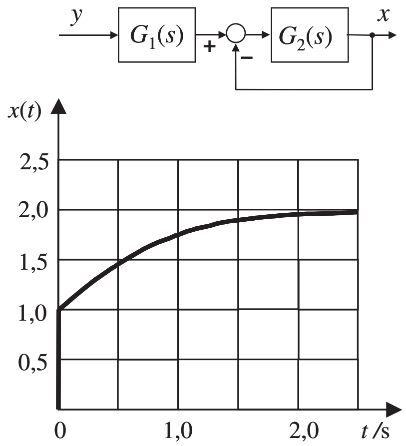
Gegeben sind der Wirkungsplan und die Sprungantwort einer Regelstrecke bei einem Eingangssprung

$\hat{y} = 0{,}5.$

Die Übertragungsfunktion $G_2(s)$ ist gegeben:

$$G_2(s) = \frac{1}{s}.$$

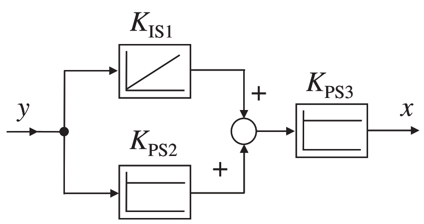
Bestimmen Sie die Kennwerte der Übertragungsfunktion $G_1(s)$.

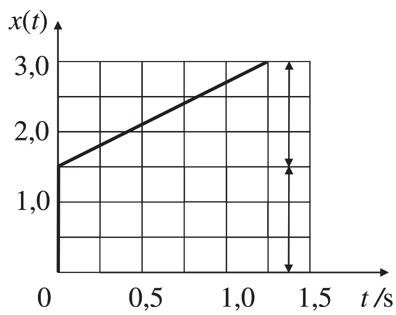


2.8 Wirkungsplan und Sprungantwort .... ①②③④

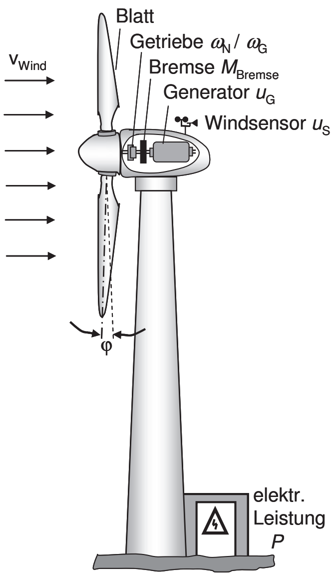
Gegeben sind der Wirkungsplan und die Sprungantwort einer Regelstrecke mit der Stellgröße y und der Regelgröße x bei einem Sprung der Eingangsgröße $\hat{y} = 0{,}5$.

Gegeben ist $K_{PS3} = 2$. Bestimmen Sie die Parameter K_{IS1} und K_{PS2}.

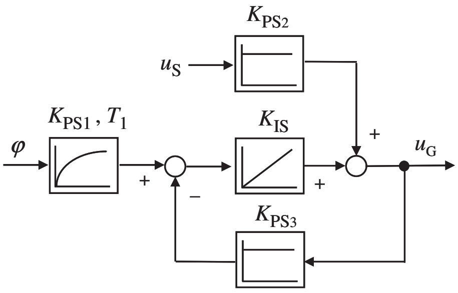




2.9 Windkraftanlage .... ①②③



Der Wirkungsplan einer Regelstrecke mit Regelgröße $x(t)$ bzw. $u(t)$, Stellgröße $y(t)$ bzw. $\varphi(t)$ und Störgröße $z(t)$ bzw. $i_E(t)$ ist unten gezeigt.



Gegeben sind: $K_{PS1} = 1{,}7$ $T_1 = 0{,}5$ s

$K_{PS2} = 0{,}1$ $K_{PS3} = 0{,}1$

$K_{IS} = 2\ \mathrm{s}^{-1}$

a) Welche der unten gezeigten Kurven entspricht der Sprungantwort der Regelgröße $x(t)$ bzw. $u(t)$ beim Stellverhalten, d. h. bei einem Sprung der Eingangsgröße von $\hat{\varphi} = 0{,}5$?

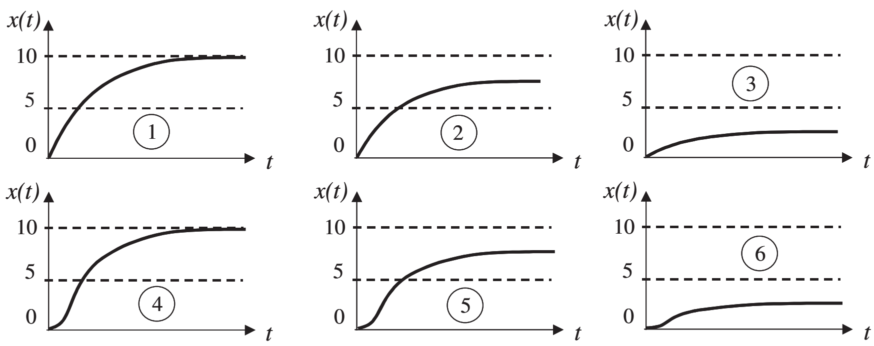
b) Nun wird die Regelstrecke mit einem Regler $G_R(s)$ geregelt. Der Regler hat die Übertragungsfunktion

$$G_R(s) = K_{DR} \cdot s \cdot (1 + sT_v)(1 + s \cdot 10T_v)$$

und soll vollkompensiert werden.

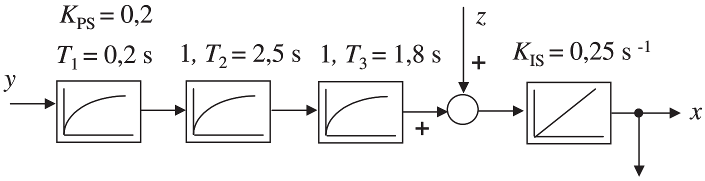
Die Kennwerte des Reglers sind: $T_v = 0{,}5$ s und $K_{DR} = 2{,}35$ s.

Welche der unten gezeigten Kurven entspricht der Sprungantwort der Regelgröße $x(t)$ bzw. $u(t)$ beim Eingangssprung der Störgröße $i_E(t)$ von $\hat{i}_E = 100$?



2.10 Bleibende Regeldifferenz .... ①②

Der Wirkungsplan einer Regelstrecke und die Parameter sind im Bild unten gezeigt. Die Strecke soll mit dem P-Regler geregelt werden.



Ergänzen Sie den Wirkungsplan und bestimmen Sie die bleibende Regeldifferenz:

a) nach einem Sprung der Störgröße $\hat{z} = 0{,}2$, wenn der Proportionalbeiwert des Reglers

$K_{PR} = 4$

beträgt.

b) nach einem Sprung der Führungsgröße $\hat{w} = 2$, wenn der Proportionalbeiwert des Reglers mit

$K_{PR} = 10$

eingestellt wird.

2.11 Übertragungsfunktion einer Festplatte .... ①②③④

Eine PC-Festplatte wird mit der folgenden DGL beschrieben:

$$a_2\ddot{x}(t) + a_1\dot{x}(t) + a_0 x(t) = b_0 \cdot y(t)$$

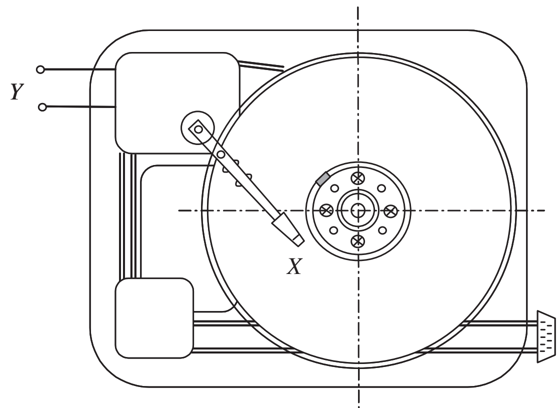
wobei sind:

$a_2 = 0{,}01$

$a_1 = 0{,}004$

$a_0 = 10$

$b_0 = 0{,}05$.



a) Bestimmen Sie die Übertragungsfunktion der Regelstrecke.

b) Wie groß ist der Dämpfungsgrad der Regelstrecke?

c) Bestimmen Sie die Sprungantwort $x(t)$ der Regelstrecke, wenn die Stellgröße $y(t)$ sprunghaft um $\hat{y} = 1$ geändert wird.