Der unverzweigte Gleichstromkreis

2

Zusammenfassung

Es folgen Definitionen für Größen im unverweigten Gleichstromkreis mit ihren Einheiten und Formelzeichen: Ampere, Volt, Ohm, Ladungsmenge, Arbeit. Das ohmsche Gesetz mit seinen verschiedenen Umstellungen der Formel ergibt einfache Berechnungen von Größen im Grundstromkreis. Es wird anhand von Rechnungen gezeigt wie wichtig es ist, die Festlegungen von Erzeuger- und Verbraucherzählpfeilsystem zu beachten. Die Bestimmung elektrischer Arbeit und Leistung wird an Gebrauchsgegenständen wie Lampen oder elektrischen Geräten und an elektronischen Bauelementen wie Widerständen durchgeführt. Berechnungen des Wirkungsgrades im Gleich- und Wechselstromkreis und einfachen elektronischen Schaltungen zeigen, wie groß die Wirksamkeit bei der Umwandlung von Energie von einer Form in eine andere Form sein kann.

2.1 Grundwissen – kurz und bündig

2.1.1 Größen im Gleichstromkreis

- Das Einheitenzeichen für Ampere (Stromstärke) ist „A“, das Formelzeichen ist „I“.
- Das Einheitenzeichen für Volt (Spannung) ist „V“, das Formelzeichen ist „U“.
- Das Einheitenzeichen für Ohm (Widerstand) ist „Ω“, das Formelzeichen ist „R“.
- Das Einheitenzeichen für die Ladungsmenge ist „C“ (Coulomb), das Formelzeichen ist „Q“.
- Das Einheitenzeichen für die Arbeit ist „J“ (Joule), das Formelzeichen ist „W“.

L. Stiny, *Aufgabensammlung zur Elektrotechnik und Elektronik*,
DOI 10.1007/978-3-658-14381-7_2

2.1.2 Wichtige Formeln

$I = \frac{Q}{t}$; $U = \frac{W}{Q}$; $R = \frac{U}{I}$; $G = \frac{1}{R}$; $W = U \cdot I \cdot t$; $P = U \cdot I$; $\eta = \frac{P_{ab}}{P_{zu}}$; $R = \rho \cdot \frac{l}{A}$; $S = \frac{I}{A}$; $E = \frac{U}{l} = \frac{F}{Q}$

2.2 Die Größe für den elektrischen Strom

Aufgabe 2.1

a) Wie viel Elektronen (Anzahl n) passieren in fünf Sekunden den kreisförmigen Querschnitt eines Kupferdrahtes, der von einem Gleichstrom $I = 2\,\text{A}$ durchflossen wird?

b) Welche Strömungsgeschwindigkeit v haben die Elektronen in diesem Draht, wenn der Drahtdurchmesser 0,6 mm beträgt und in Kupfer $8{,}6 \cdot 10^{22}$ freie Elektronen je cm^3 angenommen werden?

Gegeben: Elementarladung $e = -1{,}602 \cdot 10^{-19}\,\text{C}$.

Lösung

a)

$$Q = I \cdot t; \quad n = \frac{Q}{e} = \frac{I \cdot t}{e}; \quad n = \frac{2\,\text{A} \cdot 5\,\text{s}}{|-1{,}602 \cdot 10^{-19}\,\text{A s}|} = \underline{\underline{6{,}24 \cdot 10^{19}}}$$

b) $1\,\text{cm}^3 \mathrel{\hat{=}} 8{,}6 \cdot 10^{22}$ freie Elektronen

$x\,\text{cm}^3 \mathrel{\hat{=}} 6{,}24 \cdot 10^{19}$ freie Elektronen $\Rightarrow x = \frac{6{,}24 \cdot 10^{19}}{8{,}6 \cdot 10^{22}} = 7{,}3 \cdot 10^{-4}$

Die $7{,}3 \cdot 10^{-4}\,\text{cm}^3$ entsprechen dem Volumen V des Kupferdrahtes, welches sich aus Querschnittsfläche (Kreisfläche) mal Länge berechnet.

$$V = r^2 \cdot \pi \cdot l \Rightarrow l = \frac{V}{r^2 \cdot \pi} = \frac{7{,}3 \cdot 10^{-4}\,\text{cm}^3}{0{,}3^2\,\text{mm}^2 \cdot \pi}; \quad l = \frac{7{,}3 \cdot 10^{-1}\,\text{mm}^3}{0{,}3^2\,\text{mm}^2 \cdot \pi} = 2{,}6\,\text{mm}$$

Die Geschwindigkeit v ist: $v = \frac{l}{t} = \frac{2{,}6\,\text{mm}}{5\,\text{s}} = \underline{\underline{0{,}5\,\frac{\text{mm}}{\text{s}}}}$

Aufgabe 2.2

In dem Wolfram-Glühfaden einer Glühlampe mit 40 W, 230 V fließt ein Gleichstrom von $I = 174\,\text{mA}$.

a) Welche Ladungsmenge Q fließt in 30 Minuten durch den Glühfaden?

b) Mit welcher Geschwindigkeit v bewegen sich die Elektronen in dem Glühfaden? Die Elektronendichte in dem Wolframdraht mit dem Durchmesser $d = 24{,}5\,\mu\text{m}$ beträgt

$$n_W = 6{,}28 \cdot 10^{22}\,\frac{\text{Elektronen}}{\text{cm}^3}.$$

Lösung

a) Bei Gleichstrom gilt $Q = I \cdot t$; $Q = 0{,}174\,\text{A} \cdot 30 \cdot 60\,\text{s} = \underline{\underline{313{,}2\,\text{C}}}$

b) Es wird ein Volumenelement des Wolframdrahtes $V = A \cdot l$ mit der Querschnittsfläche A und der Länge l betrachtet. In diesem Volumenelement befindet sich die Ladungsmenge

$$Q = n_\text{W} \cdot e \cdot A \cdot l \text{ mit } e = 1{,}602 \cdot 10^{-19}\,\text{A s (Betrag der Elementarladung).}$$

Mit $I = \frac{Q}{t}$ erhält man:

$$I = \frac{n_\text{W} \cdot e \cdot A \cdot l}{t} = n_\text{W} \cdot e \cdot A \cdot v \text{ mit } v = \frac{l}{t} \text{ (Geschwindigkeit = Weg : Zeit).}$$

Nach v aufgelöst:

$$v = \frac{I}{n_\text{W} \cdot e \cdot A}$$
$$= \frac{0{,}174\,\text{A}}{6{,}28 \cdot 10^{22} \cdot 100 \cdot 100 \cdot 100\,\frac{1}{\text{m}^3} \cdot 1{,}602 \cdot 10^{-19}\,\text{A s} \cdot \frac{\pi}{4} \cdot 24{,}5^2 \cdot (10^{-6})^2\,\text{m}^2}$$
$$v = \frac{0{,}174}{4742{,}9 \cdot 10^{22} \cdot 10^6 \cdot 10^{-19} \cdot 10^{-12}}\,\frac{\text{m}}{\text{s}} = 3{,}67 \cdot 10^{-2}\,\frac{\text{m}}{\text{s}}; \quad \underline{\underline{v = 3{,}67\,\frac{\text{cm}}{\text{s}}}}$$

Aufgabe 2.3

Wie viel Elektronen (Anzahl n) sind an einem Stromimpuls mit der Dauer $t = 5\,\text{ns}$ und der Stromstärke $I = 10\,\mu\text{A}$ durch einen metallischen Draht beteiligt?

Lösung

Die Ladungsträger im Metall sind Elektronen.

Ein Elektron hat die Elementarladung $e = -1{,}6 \cdot 10^{-19}\,\text{C}$.

Die Gesamtladung Q wird durch n Elektronen transportiert: $Q = n \cdot e$ (Gl. 1)

Der Strom ist konstant, es gilt: $Q = I \cdot t$ (Gl. 2)

Gleichsetzen und nach n auflösen gibt:

$$n = \frac{I \cdot t}{e}; \quad n = \frac{10^{-5}\,\text{A} \cdot 5 \cdot 10^{-9}\,\text{s}}{|-1{,}6 \cdot 10^{19}\,\text{A s}|} = 3{,}125 \cdot 10^5 = \underline{\underline{312.500}}$$

Damit die Anzahl positiv ist, musste der Betrag von e eingesetzt werden.

Aufgabe 2.4

Das Diagramm in Abb. 2.1 zeigt das Entladen einer Batterie (Batterieladung in Abhängigkeit der Zeit). Gesucht ist der Stromverlauf $I(t)$.

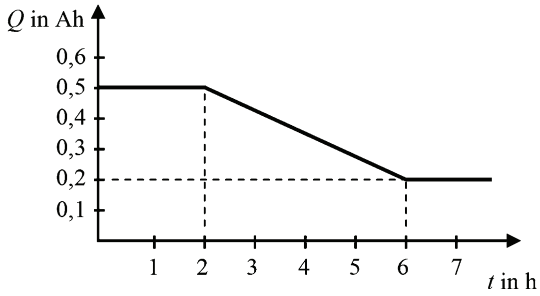


Abb. 2.1 Entladekurve einer Batterie

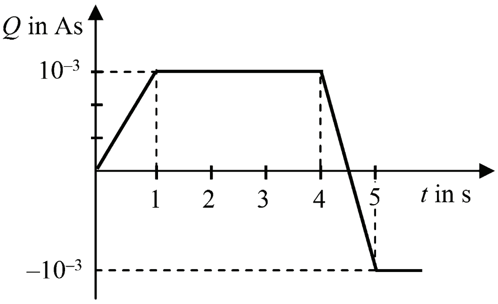


Abb. 2.2 Zeitverlauf der Ladungsverschiebung

Lösung

$I(t) = \frac{\Delta Q}{\Delta t}$

$0 \leq t < 2\,\text{h}$: Die Ladung bleibt konstant, $\underline{\underline{I(t) = 0}}$

$2\,\text{h} \leq t \leq 6\,\text{h}$: $I(t) = \frac{0{,}5\,\text{A h} - 0{,}2\,\text{A h}}{6\,\text{h} - 2\,\text{h}} = \underline{\underline{0{,}075\,\text{A}}}$

$t > 6\,\text{h}$: Die Ladung bleibt konstant, $\underline{\underline{I(t) = 0}}$

Aufgabe 2.5

Ein Ladungsspeicher wird nach folgender Funktion aufgeladen: $Q(t) = 1\,\text{A s} \cdot \left(1 - \text{e}^{-\frac{t}{2\,\text{s}}}\right)$

Gesucht: Stromverlauf $I(t)$, $I(t = 0\,\text{s})$, $I(t \to \infty)$

Lösung

$$I(t) = \frac{dQ(t)}{dt}; \quad \underline{\underline{I(t) = 0{,}5\,\text{A} \cdot \text{e}^{-\frac{t}{2\,\text{s}}}}}; \underline{\underline{I(0) = 0{,}5\,\text{A}}}; \quad \underline{\underline{I(\infty) = 0}}$$

Aufgabe 2.6

Durch den Querschnitt eines Leiters wird elektrische Ladung mit dem Zeitverlauf nach Abb. 2.2 verschoben. Berechnen Sie die Stromstärken I_1, I_2, I_3 in den Zeitabschnitten 0 bis 1 s, 1 s bis 4 s und 4 s bis 5 s. Zeichnen Sie den zeitlichen Verlauf der Stromstärke.

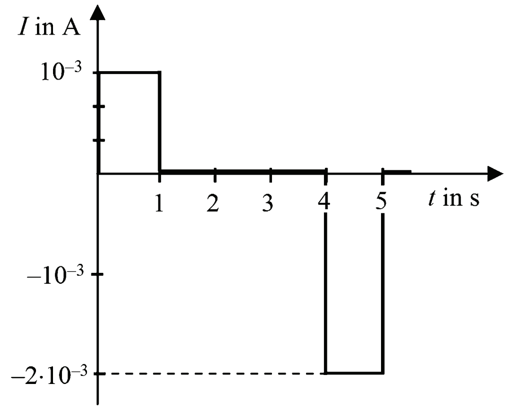


Abb. 2.3 Zeitlicher Verlauf der Stromstärke

Lösung

0 bis 1 s: $I_1 = \frac{10^{-3}\,\mathrm{A\,s}}{1\,\mathrm{s}} = \underline{\underline{1\,\mathrm{mA}}}$

1 s bis 4 s: $\underline{\underline{I_2 = 0\,\mathrm{A}}}$

4 s bis 5 s: $I_3 = -2 \cdot \frac{10^{-3}\,\mathrm{A\,s}}{1\,\mathrm{s}} = \underline{\underline{-2\,\mathrm{mA}}}$

Den zeitlichen Verlauf der Stromstärke zeigt Abb. 2.3.

Aufgabe 2.7

Gegeben ist ein Draht mit rechteckigem Querschnitt der Länge $l = 10\,\mathrm{m}$, der Höhe $h = 1\,\mathrm{mm}$ und der Breite $b = 5\,\mathrm{mm}$.

Durch den Draht fließt ein zeitlich konstanter Strom mit der Stromdichte $S = 200\,\frac{\mathrm{mA}}{\mathrm{mm}^2}$.

a) Wie groß ist der Strom I durch den Draht?
b) Wie groß ist die Ladungsmenge Q, die in einer Sekunde durch den Drahtquerschnitt dringt?
c) Wie viel Elektronen (Anzahl n) fließen in einer Sekunde durch den Drahtquerschnitt?

Lösung

a) Die Querschnittsfläche ist $A = h \cdot b = 5\,\mathrm{mm}^2$.
$S = \frac{dI(A)}{dA}$; der Strom I ist keine Funktion von A, somit gilt: $S = \frac{I}{A}$ bzw. $I = S \cdot A$
$I = 200\,\mathrm{mA/mm}^2 \cdot 5\,\mathrm{mm}^2 = 1000\,\mathrm{mA} = \underline{\underline{1\,\mathrm{A}}}$
b) $Q = I \cdot t = 1\,\mathrm{A} \cdot 1\,\mathrm{s} = 1\,\mathrm{A\,s} = \underline{\underline{1\,\mathrm{C}}}$
c) $Q = n \cdot e$; $n = \frac{Q}{e}$; $n = \frac{1\,\mathrm{C}}{1{,}6\cdot10^{-19}\,\mathrm{C}} = \underline{\underline{6{,}25 \cdot 10^{18}}}$

2.3 Die Größe für die elektrische Spannung

Aufgabe 2.8
Wie lautet die Einheit der elektrischen Spannung, wenn sie nicht durch das Einheitenzeichen „V“ sondern ausschließlich durch SI-Basiseinheiten ausgedrückt werden soll?

Lösung

$$[U] = \frac{[W]}{[Q]} = \frac{\frac{\mathrm{kg \cdot m^2}}{\mathrm{s^2}}}{\mathrm{A \cdot s}} = \underline{\underline{\frac{\mathrm{kg \cdot m^2}}{\mathrm{A \cdot s^3}}}}$$

Aufgabe 2.9
Wie groß ist die Ladungsmenge Q die durch ein Leiterstück fließt, wenn an dessen Enden ein Spannungsabfall von 5 V gemessen wird und durch den Ladungsfluss eine Wärmeenergie von 0,8 Ws freigesetzt wird?

Lösung

$$Q = \frac{W}{U} = \frac{0{,}8\,\mathrm{Ws}}{5\,\mathrm{V}} = \underline{\underline{0{,}16\,\mathrm{A\,s}}}$$

Aufgabe 2.10
Die Potenziale von drei Punkten sind:

$$P_1\colon\ \varphi_1 = 400\,\mathrm{V}, \quad P_2\colon\ \varphi_2 = 300\,\mathrm{V}, \quad P_3\colon\ \varphi_3 = -50\,\mathrm{V}.$$

Wie groß ist der Potenzialunterschied bzw. die Spannung U_{12} zwischen den Punkten P_1 und P_2? Wie groß ist die Spannung U_{13} zwischen den Punkten P_1 und P_3?

Lösung

$$U_{12} = \varphi_1 - \varphi_2 = 400\,\mathrm{V} - 300\,\mathrm{V} = \underline{\underline{100\,\mathrm{V}}}$$
$$U_{13} = \varphi_1 - \varphi_3 = 400\,\mathrm{V} - (-50\,\mathrm{V}) = \underline{\underline{450\,\mathrm{V}}}$$

Aufgabe 2.11
Eine Ladung von $Q = 1$ mC wird vom Ort 1 zum Ort 2 transportiert. Der Arbeitsaufwand beim Trennen der elektrischen Ladung ist $W_{12} = -1$ J.

a) Welche Spannung U_{12} wird zwischen den Punkten 1 und 2 gemessen?
b) Welche Leistung P war für den Trennvorgang erforderlich, wenn dieser 10 µs gedauert hat?
c) Die potenzielle Energie W_1 am Ort 1 beträgt 3,5 J. Wie groß ist die potenzielle Energie W_2 am Ort 2?

Lösung

a) Die elektrische Spannung ist $U_{12} = \dfrac{\Delta W}{Q} = \dfrac{W_1 - W_2}{Q} = \dfrac{W_{12}}{Q}$.

$$U_{12} = \frac{-1\,\mathrm{J}}{1\,\mathrm{mC}} = \frac{-1\,\mathrm{Ws}}{1 \cdot 10^{-3}\,\mathrm{A\,s}} = \underline{\underline{-1\,\mathrm{kV}}}$$

Das Minuszeichen bedeutet, dass das Potenzial am Ort 2 positiv gegenüber dem Potenzial am Ort 1 ist. Der Zählpfeil der Spannung zeigt also vom Ort 2 zum Ort 1.

b) Bei Gleichstrom ist $P = U \cdot I$. Mit $I = \frac{\Delta Q}{\Delta t}$ erhält man:

$$P = U \cdot \frac{\Delta Q}{\Delta t} = -1\,\mathrm{kV} \cdot \frac{1 \cdot 10^{-3}\,\mathrm{A\,s}}{10^{-5}\,\mathrm{s}} = \underline{\underline{-100\,\mathrm{kW}}}$$

$$\text{Alternativ: } P = \frac{W}{t} = \frac{-1\,\mathrm{Ws}}{10^{-5}\,\mathrm{s}} = \underline{\underline{-100\,\mathrm{kW}}}$$

Das Minuszeichen bedeutet, dass die Leistung dem System zugeführt wird.

c) $W_{12} = W_1 - W_2 \Rightarrow W_2 = W_1 - W_{12}$; $W_2 = 3{,}5\,\mathrm{J} - (-1\,\mathrm{J}) = \underline{\underline{4{,}5\,\mathrm{J}}}$

2.4 Das Ohm'sche Gesetz

Aufgabe 2.12

Welchen Wert hat ein ohmscher Widerstand, wenn am Widerstand eine Spannung von $U = 0{,}5\,\mathrm{V}$ liegt und durch ihn ein Strom von $I = 2\,\mathrm{A}$ fließt?

Lösung

Durch Anwendung des ohmschen Gesetzes erhält man $R = \frac{U}{I} = \frac{0{,}5\,\mathrm{V}}{2\,\mathrm{A}} = \underline{\underline{0{,}25\,\Omega}}$.

Aufgabe 2.13

Welche Spannung liegt an einem Widerstand der Größe $R = 50\,\mathrm{k}\Omega$, wenn er von dem Strom $I = 20\,\mathrm{mA}$ durchflossen wird?

Lösung

Das ohmsche Gesetz ergibt $U = R \cdot I = 50.000\,\Omega \cdot 0{,}02\,\mathrm{A} = \underline{\underline{1000\,\mathrm{V}}}$.

Aufgabe 2.14

Bei Gleichströmen ab 40 mA besteht für den Menschen Lebensgefahr. Welcher Spannung gegen Erde entspricht dieser Strom, wenn der Widerstand des menschlichen Körpers 2500 Ω beträgt?

Lösung

Nach dem ohmschen Gesetz ist $U = R \cdot I = 2500\,\Omega \cdot 0{,}04\,\mathrm{A}$; $\underline{\underline{U = 100\,\mathrm{V}}}$

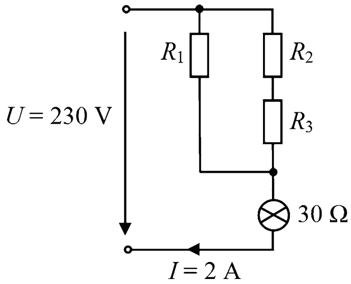


Abb. 2.4 Schaltung mit Widerständen und Glühlampe

Aufgabe 2.15

Wie groß darf der Strom durch einen Widerstand $R = 270\,\Omega$ höchstens sein, damit die an ihm liegende Spannung den Wert $U = 20\,\mathrm{V}$ nicht überschreitet?

Lösung

Mit dem ohmschen Gesetz erhält man $I = \frac{U}{R} = \frac{20\,\mathrm{V}}{270\,\Omega} = 0{,}074\,\mathrm{A}$; $\underline{\underline{I = 74\,\mathrm{mA}}}$

Aufgabe 2.16

Eine Spannungsversorgung $U = 230\,\mathrm{V}$ ist mit einer Sicherung von 6 Ampere abgesichert. Welchen Widerstand müssen Geräte mindestens aufweisen, die an diese Spannungsversorgung angeschlossen werden?

Lösung

$$R = \frac{U}{I} = \frac{230\,\mathrm{V}}{6\,\mathrm{A}} = \underline{\underline{38{,}3\,\Omega}}$$

Die Geräte müssen mindestens einen Widerstand von 38,3 Ω haben.

Aufgabe 2.17

Gegeben ist in Abb. 2.4 eine Schaltung zur Versorgung einer Glühlampe.

Bekannt sind die Werte $R_1 = 470\,\Omega$, $R_2 = 68\,\Omega$, Lampenwiderstand $= 30\,\Omega$.

Welchen Wert muss R_3 haben, damit der Lampenstrom 2 A beträgt?

Lösung

$$I = \frac{U}{R_{\mathrm{ges}}} = \frac{230\,\mathrm{V}}{R_{\mathrm{ges}}} = 2\,\mathrm{A} \Rightarrow R_{\mathrm{ges}} = 30\,\Omega + R_1 \parallel (R_2 + R_3) \text{ muss } 115\Omega \text{ sein.}$$

$$R_1 \parallel (R_2 + R_3) \text{ muss also } 85\Omega \text{ sein.} \Rightarrow \frac{470\,\Omega \cdot (68\,\Omega + R_3)}{470\,\Omega + 68\,\Omega + R_3} = 85\,\Omega \Rightarrow \underline{\underline{R_3 = 35{,}8\,\Omega}}$$

Alternative Lösung

Der Widerstand der Glühlampe wird mit R_4, die daran abfallende Spannung mit U_{R4} bezeichnet.

$$U_{\mathrm{R4}} = 30\,\Omega \cdot 2\,\mathrm{A} = 60\,\mathrm{V} \Rightarrow \text{Spannung an } R_1\text{: } U_{\mathrm{R1}} = 230\,\mathrm{V} - 60\,\mathrm{V} = 170\,\mathrm{V}$$

Strom durch R_1: $I_{\mathrm{R1}} = \frac{170\,\mathrm{V}}{470\,\Omega} = 0{,}362\,\mathrm{A}$
Strom durch die Reihenschaltung von R_2, R_3: $I_{\mathrm{R23}} = 2\,\mathrm{A} - 0{,}362\,\mathrm{A} = 1{,}638\,\mathrm{A}$
Spannung an R_2: $U_{\mathrm{R2}} = 1{,}638\,\mathrm{A} \cdot 68\,\Omega = 111{,}4\,\mathrm{V}$
Spannung an R_3: $U_{\mathrm{R3}} = 170\,\mathrm{V} - 111{,}4\,\mathrm{V} = 58{,}6\,\mathrm{V}$

$$R_3 = \frac{U_{\mathrm{R3}}}{I_{\mathrm{R23}}} = \frac{58{,}6\,\mathrm{V}}{1{,}638\,\mathrm{A}} = \underline{\underline{35{,}8\,\Omega}}$$

2.5 Erzeuger- und Verbraucher- Zählpfeilsystem

Aufgabe 2.18
Bei den Widerständen und Spannungsquellen in Abb. 2.5 sind Zählpfeile für Strom und Spannung angegeben. Jedem Bauelement kann eine Wirkleistung zugeordnet werden. Wie lautet jeweils die Formel zur Berechnung dieser Wirkleistung? Was bedeutet es, wenn die Wirkleistung positiv bzw. negativ ist?

Lösung
Bei dem Widerstand links sind die Zählpfeile für Strom und Spannung gleich gerichtet. Die Wirkleistung berechnet sich nach: $P = U \cdot I$. Beim Widerstand rechts daneben sind die Zählpfeile für Strom und Spannung entgegengesetzt gerichtet. Die Wirkleistung ist: $P = -U \cdot I$.

Bei der ersten Spannungsquelle sind die Zählpfeile für Strom und Spannung gleich gerichtet. Die Wirkleistung ist: $P = U_{\mathrm{q}} \cdot I$. Bei der Spannungsquelle ganz rechts sind die Zählpfeile für Strom und Spannung entgegengesetzt gerichtet. Die Wirkleistung ist: $P = -U_{\mathrm{q}} \cdot I$.

Haben die Zählpfeile für Spannung und Strom an einem Bauelement die gleiche Richtung, so ist die Wirkleistung positiv ($P > 0$), andernfalls ist sie negativ ($P < 0$).

Ist $P > 0$, so bedeutet dies bei einem ohmschen Widerstand (der ein Verbraucher ist) einen „Leistungsverbrauch“, im Widerstand wird elektrische Energie in Wärme umgewandelt. Deshalb wird der ohmsche Widerstand als Wirkwiderstand bezeichnet (Wirkung = Wärmeentwicklung).

Ist bei einer Spannungsquelle $P > 0$, so nimmt sie Leistung auf. Dies kann geschehen, wenn in eine Spannungsquelle z. B. durch eine andere, parallel geschaltete Spannungsquelle ein Strom (bzw. Energie) eingespeist wird. Auch dann wird elektrische Energie in Wärme umgewandelt, die in diesem Fall verloren ist (Entstehung von Verlustwärme in

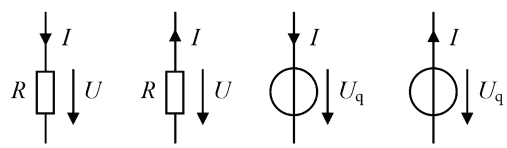


Abb. 2.5 Widerstände und Spannungsquellen mit Zählpfeilen

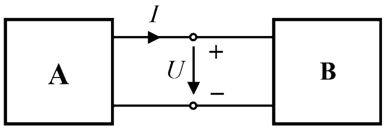


Abb. 2.6 Zwei verbundene Zweipole

der Spannungsquelle, in die eingespeist wird). Der Fall $P > 0$ kann aber auch dann auftreten, wenn ein Akkumulator aufgeladen wird, sich die Spannungsquelle also in einem Ladezustand befindet.

Der Fall $P < 0$ würde bei einem ohmschen Widerstand bedeuten, dass Wirkleistung von diesem Verbraucher bereitgestellt (abgegeben) wird. Da dies ein ohmscher Widerstand nicht kann, müssen beim ohmschen Widerstand die Zählpfeile für Strom und Spannung die gleiche Richtung besitzen, wie dies beim Verbraucherzählpfeilsystem vereinbart ist.

Ist bei einer Spannungsquelle $P < 0$, so gibt sie Leistung ab, sie stellt Wirkleistung bereit. Die Bereitstellung von Wirkleistung kann nur durch Spannungs- und Stromquellen erfolgen. In diesen Quellen wurde durch Aufwendung von Energie eine Energie gespeichert, die wieder abgegeben werden kann.

Für Verbraucher gilt das Verbraucherzählpfeilsystem, für Quellen das Erzeugerzählpfeilsystem. Abgegebene Wirkleistung ist negativ, „verbrauchte“ (in Wärme umgewandelte) Wirkleistung ist positiv. Beide Leistungen sind gleich groß (Energieerhaltungssatz).

Aufgabe 2.19

Zwei Zweipole A und B sind wie in Abb. 2.6 gezeigt miteinander verbunden. Die Stromrichtung und die Polarität der Spannung sind gegeben. Geben Sie für die folgenden Wertepaare von Spannung und Strom jeweils an, ob A bzw. B ein Erzeuger oder Verbraucher ist und ob die Leistung von A nach B oder umgekehrt fließt.

a) $I = 15\,\text{A}, U = 20\,\text{V}$
b) $I = -5\,\text{A}, U = 100\,\text{V}$
c) $I = 4\,\text{A}, U = -50\,\text{V}$
d) $I = -16\,\text{A}, U = -25\,\text{V}$

Lösung

Beim Verbraucherzählpfeilsystem haben die Zählpfeile für Spannung und Strom die gleiche Richtung, beim Erzeugerzählpfeilsystem sind sie entgegengesetzt gerichtet. Die Leistung ist $P = U \cdot I$.

a) A ist Erzeuger, B ist Verbraucher. 300 W fließen von A nach B.
b) A ist Verbraucher, B ist Erzeuger. 500 W fließen von B nach A.
c) A ist Verbraucher, B ist Erzeuger. 200 W fließen von B nach A.
d) A ist Erzeuger, B ist Verbraucher. 400 W fließen von A nach B.

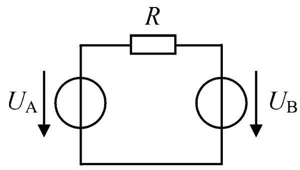


Abb. 2.7 Ein Starthilfevorgang

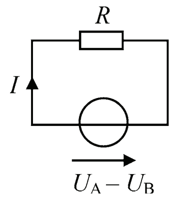


Abb. 2.8 Stromfluss beim Starthilfevorgang

Aufgabe 2.20

In Abb. 2.7 ist eine einfache Modellierung eines Starthilfevorgangs bei einem Auto gezeigt. U_A sei die Klemmenspannung der spendenden Batterie, U_B die der leeren Batterie. R ist der ohmsche Widerstand des Starthilfekabels.

Es sind $U_\mathrm{A} = 11\,\mathrm{V}$, $U_\mathrm{B} = 8\,\mathrm{V}$, $R = 10\,\mathrm{m}\Omega$.

a) Berechnen Sie den Strom I und geben Sie dessen Richtung an.
b) Welche Spannungsquelle nimmt Leistung auf, welche gibt Leistung ab?
c) Welche Leistungen werden in den Spannungsquellen sowie im Widerstand R umgesetzt?

Lösung

a) $I = \frac{U_\mathrm{A} - U_\mathrm{B}}{R} = \underline{\underline{300\,\mathrm{A}}}$
Der Strom fließt im Widerstand von links nach rechts, siehe Abb. 2.8.
b) Beim Verbraucher haben die Zählpfeile für Spannung und Strom die gleiche Richtung, beim Erzeuger sind sie entgegengesetzt gerichtet. U_B nimmt Leistung auf, U_A gibt Leistung ab.
c) $P_\mathrm{A} = -U_\mathrm{A} \cdot I = -11\,\mathrm{V} \cdot 300\,\mathrm{A} = \underline{\underline{-3300\,\mathrm{W}}}$; $P_\mathrm{B} = U_\mathrm{B} \cdot I = 8\,\mathrm{V} \cdot 300\,\mathrm{A} = \underline{\underline{2400\,\mathrm{W}}}$
$P_\mathrm{R} = U_\mathrm{R} \cdot I = 3\,\mathrm{V} \cdot 300\,\mathrm{A} = \underline{\underline{900\,\mathrm{W}}}$
Eine Leistungsbilanz muss null ergeben, die abgegebene Leistung muss gleich der aufgenommenen Leistung sein: $-3300\,\mathrm{W} + 2400\,\mathrm{W} + 900\,\mathrm{W} = 0$.

Aufgabe 2.21

Gegeben ist der Stromkreis in Abb. 2.9 mit den Werten: $U_1 = 3\,\mathrm{V}$, $U_2 = 2\,\mathrm{V}$, $R = 10\,\Omega$.

a) Berechnen Sie den Strom I und geben Sie dessen Richtung an.
b) Welche Spannungsquelle nimmt Leistung auf, welche gibt Leistung ab?
c) Welche Leistungen werden in den Spannungsquellen sowie im Widerstand R umgesetzt?

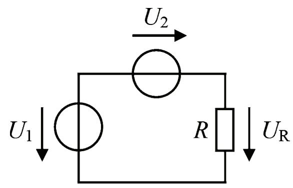


Abb. 2.9 Stromkreis mit zwei Spannungsquellen

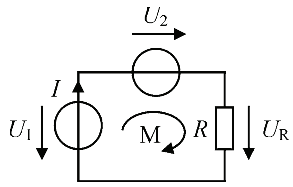


Abb. 2.10 Stromkreis mit Berechnungsgrößen

Lösung

a) Den Stromkreis mit den Berechnungsgrößen zeigt Abb. 2.10.
Eine Maschengleichung ergibt: $-U_1 + U_2 + U_R = 0$. Somit ist: $U_R = U_1 - U_2$.
Ohm'sches Gesetz: $I = \frac{U_R}{R} = \frac{U_1 - U_2}{R} = \underline{\underline{0{,}1\,\mathrm{A}}}$
Beim Verbraucher R sind die Strom- und Spannungszählpfeile gleichgerichtet, der Strom fließt von oben nach unten durch R.

b) U_1 gibt Leistung ab (Zählpfeile entgegengesetzt gerichtet), U_2 nimmt Leistung auf (Zählpfeile gleich gerichtet).

c) $P_1 = -U_1 \cdot I = -3\,\mathrm{V} \cdot 0{,}1\,\mathrm{A} = \underline{\underline{-0{,}3\,\mathrm{W}}}$; $P_2 = U_2 \cdot I = 2\,\mathrm{V} \cdot 0{,}1\,\mathrm{A} = \underline{\underline{0{,}2\,\mathrm{W}}}$
$P_R = U_R \cdot I = 1\,\mathrm{V} \cdot 0{,}1\,\mathrm{A} = \underline{\underline{0{,}1\,\mathrm{W}}}$
Leistungsbilanz: $-0{,}3\,\mathrm{W} + 0{,}2\,\mathrm{W} + 0{,}1\,\mathrm{W} = 0$

2.6 Elektrische Arbeit

Aufgabe 2.22

Eine Beleuchtung mit einer Glühlampe 230 V, 40 W ist sieben Stunden eingeschaltet. Wie groß ist der Verbrauch an elektrischer Arbeit?

Lösung

$W = U \cdot I \cdot t$; $P = U \cdot I$; mit $P = 40\,\mathrm{W}$ folgt: $W = P \cdot t = 40\,\mathrm{W} \cdot 7\,\mathrm{h} = \underline{\underline{280\,\mathrm{Wh}}}$

Aufgabe 2.23

Ein Computer benötigt im Betrieb im Mittel 140 W, der zugehörige Monitor 50 W. Im Stand-by-Betrieb nehmen die Netzteile der beiden Geräte noch je 10 W auf. Computer und Monitor sind täglich 5 h eingeschaltet.

a) Wie groß ist der jährliche Energiebedarf? Wie groß sind die Energiekosten, wenn der Preis für 1 kWh 0,2 Euro beträgt?
b) Wie viel Geld können Sie sparen, wenn Sie den Computer und den Monitor über eine Steckerleiste mit Schalter bei Nichtbenutzung komplett vom Stromnetz trennen?

Lösung

a) $((140\,\mathrm{W} + 50\,\mathrm{W}) \cdot 5\,\mathrm{h} + (10\,\mathrm{W} + 10\,\mathrm{W}) \cdot 19\,\mathrm{h}) \cdot 365 = \underline{\underline{485{,}45\,\mathrm{kWh}}} \mathrel{\widehat{=}} \underline{\underline{97{,}09\,\mathrm{Euro}}}$
b) $(10\,\mathrm{W} + 10\,\mathrm{W}) \cdot 19\,\mathrm{h} \cdot 365 = 138{,}7\,\mathrm{kWh} \mathrel{\widehat{=}} \underline{\underline{27{,}74\ \mathrm{Euro}}}$

Aufgabe 2.24

Eine Doppelleitung aus Kupfer der Länge $l = 100\,\mathrm{m}$ (Distanz zwischen Anfang und Ende der Doppelleitung) mit dem Querschnitt $1\ \mathrm{mm}^2$ wird von einem Strom $I = 6\,\mathrm{A}$ durchflossen.

$$\rho_{\mathrm{Cu}} = 0{,}0178\,\frac{\Omega \cdot \mathrm{mm}^2}{\mathrm{m}}$$

Welche Wärmemenge (Wärmeenergie W) wird pro Stunde an die Umgebung abgegeben?

Lösung

$$P = I^2 \cdot R; \quad R = \rho_{\mathrm{Cu}} \cdot \frac{l}{A_{\mathrm{Kreis}}}; \quad P = (6\,\mathrm{A})^2 \cdot 0{,}0178\,\frac{\Omega \cdot \mathrm{mm}^2}{\mathrm{m}} \cdot \frac{2 \cdot 100\,\mathrm{m}}{1\,\mathrm{mm}^2};$$
$$P = 128{,}16\,\mathrm{W}$$

Durch den Stromfluss entsteht eine Verlustleistung von 128,16 Watt. Die Energie oder elektrische Arbeit, die in Form von Wärme an die Umgebung pro Stunde abgegeben wird, beträgt 128,16 Wh (Wattstunden).

$$W = P \cdot t = \underline{\underline{128{,}16\,\mathrm{Wh}}}$$

Die Energie in Joule:

$$1\,\mathrm{J} = 1\,\mathrm{Ws}; \quad 1\,\mathrm{kWh} = 1000\,\mathrm{Wh} = 3.600.000\,\mathrm{Ws} = 3{,}6 \cdot 10^6\,\mathrm{J};$$
$$0{,}12816\,\mathrm{kWh} = \underline{\underline{461{,}4\,\mathrm{kJ}}}$$

Aufgabe 2.25

Eine Ladung von einer Million Elektronen wird in einem homogenen elektrischen Feld der Feldstärke $6{,}0\,\frac{\mathrm{kV}}{\mathrm{cm}}$ um 3 mm entgegen der Feldrichtung verschoben. Wie groß ist die verrichtete Verschiebungsarbeit W_{12}?

Lösung

$$U = \frac{W}{Q}; \quad E = \frac{U}{l} \Rightarrow W = E \cdot l \cdot Q$$

Im elektrischen Feld verlaufen die Feldlinien von der positiven zur negativen Seite. Werden die Elektronen entgegen der Feldrichtung verschoben, so bewegen sie sich zur positiven Seite hin, von der sie angezogen werden. Bei der Verschiebung wird Leistung gewonnen bzw. abgegeben, die Arbeit hat negatives Vorzeichen.

$$W_{12} = 6{,}0 \cdot 10^3 \, \frac{\mathrm{V}}{\mathrm{cm}} \cdot 0{,}3\,\mathrm{cm} \cdot 10^6 \cdot (-1{,}6 \cdot 10^{-19}\,\mathrm{As}) = \underline{\underline{-2{,}88 \cdot 10^{-10}\,\mathrm{Ws}}}$$

2.7 Elektrische Leistung

Aufgabe 2.26
Eine Glühlampe hat folgende Nenndaten: $U = 12\,\mathrm{V}$, $P = 55\,\mathrm{W}$.

a) Wie groß ist die Stromaufnahme I der Glühlampe?
b) Wie hoch ist der Widerstand R des Glühfadens für diesen Betriebspunkt?

Lösung
a) Aus $P = U \cdot I$ folgt $I = \dfrac{P}{U} = \dfrac{55\,\mathrm{W}}{12\,\mathrm{V}} = \underline{\underline{4{,}58\,\mathrm{A}}}$
b) Ohm'sches Gesetz: $R = \dfrac{U}{I} = \dfrac{12\,\mathrm{V}}{4{,}58\,\mathrm{A}} = \underline{\underline{2{,}62\,\Omega}}$

Aufgabe 2.27
An einem elektrischen Widerstand (z. B. einem elektrischen Heizofen) wird die Spannung von $U_1 = 230\,\mathrm{V}$ auf $U_2 = 245\,\mathrm{V}$ erhöht. Um wie viel Prozent steigt die Leistung an? Der Widerstand wird als konstant angenommen.

Lösung
Der Widerstand R eines elektrischen Verbrauchers nimmt bei der Spannung U_1 die Leistung P_1 und bei der Spannung U_2 die Leistung P_2 auf.

$$P_1 = \frac{(U_1)^2}{R}; \quad P_2 = \frac{(U_2)^2}{R}$$

Die relative Leistungsänderung beträgt dann

$$p = \frac{P_2 - P_1}{P_1} = \frac{\frac{(U_2)^2}{R} - \frac{(U_1)^2}{R}}{\frac{(U_1)^2}{R}} = \frac{(U_2)^2}{(U_1)^2} - 1; \quad p = 0{,}13468 = \underline{\underline{13{,}5\,\%}}$$

Aufgabe 2.28
Um wie viel Prozent muss die an einem ohmschen Widerstand anliegende Gleichspannung U_1 auf U_2 verringert werden, damit die vom Widerstand aufgenommene Leistung von P_1 um $\Delta P = 25\,\%$ auf P_2 sinkt?

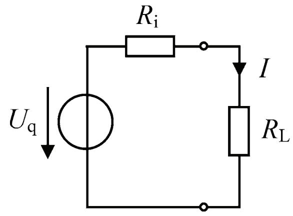


Abb. 2.11 Spannungsquelle mit Innenwiderstand und Lastwiderstand

Lösung

Bei der Gleichspannung U_1 ist die vom Widerstand aufgenommene Leistung $P_1 = \frac{U_1^2}{R}$.

Bei der Gleichspannung U_2 soll die vom Widerstand aufgenommene Leistung das $(1 - \Delta P)$-fache der vorhergehenden Leistung sein.

$$P_2 = \frac{U_2^2}{R} \stackrel{!}{=} \frac{U_1^2}{R} \cdot (1 - \Delta P) \Rightarrow U_2 = U_1 \cdot \sqrt{1 - \Delta P}; \quad \frac{U_2}{U_1} = \sqrt{0{,}75} = 0{,}866$$

U_2 muss auf 86,6 % von U_1 reduziert werden. U_1 muss also um $\underline{\underline{13{,}4\,\%}}$ verringert werden.

Aufgabe 2.29

Die Spannungsquelle mit der Leerlaufspannung U_q und dem Innenwiderstand R_i wird mit dem Lastwiderstand R_L belastet (Abb. 2.11). Wie groß ist die vom Lastwiderstand aufgenommene Leistung P_L in Abhängigkeit von R_L?

Lösung

Allgemein: $P = R \cdot I^2$; hier ist:

$$I = \frac{U_q}{R_i + R_L}; \quad \underline{\underline{P_L = R_L \cdot \left(\frac{U_q}{R_i + R_L}\right)^2}}$$

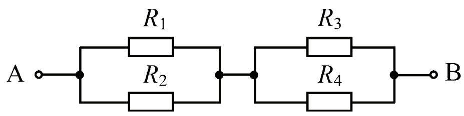
Aufgabe 2.30

Gegeben ist die Schaltung nach Abb. 2.12.

a) Wie groß ist der Widerstand zwischen den Klemmen A und B?
b) An die Klemmen A und B wird eine Spannung von 10 V angelegt. Wird ein Widerstand überlastet?

Gegeben sind folgende Werte: $R_1 = 12\,\Omega$ mit 1,5 W, $R_2 = 6\,\Omega$ mit 3,0 W, $R_3 = 12\,\Omega$ mit 1,5 W, $R_4 = 12\,\Omega$ mit 3,0 W

Abb. 2.12 Schaltung mit Widerständen



Lösung

a) Der Widerstand zwischen den Klemmen A und B ist:

$$R_{AB} = (R_1 \parallel R_2) + (R_3 \parallel R_4); \quad R_1 \parallel R_2 = \frac{R_1 \cdot R_2}{R_1 + R_2} = \frac{72}{18}\,\Omega = 4\,\Omega;$$

$$R_3 \parallel R_4 = \frac{R_3 \cdot R_4}{R_3 + R_4} = \frac{144}{24}\,\Omega = 6\,\Omega; \quad \underline{\underline{R_{AB} = 10\,\Omega}}$$

b) Nach der Spannungsteilerregel fällt an der Parallelschaltung von R_1 und R_2 folgende Spannung ab: $U_{12} = 10\,\text{V} \cdot \frac{4\,\Omega}{10\,\Omega} = 4\,\text{V}$. Damit liegt an der Parallelschaltung von R_3 und R_4 die Spannung $U_{34} = 10\,\text{V} - 4\,\text{V} = 6\,\text{V}$. Es werden die Verlustleistungen in den Widerständen berechnet.

$$P_{V1} = \frac{U^2}{R} = \frac{16}{12}\,\text{W} = 1{,}\overline{3}\,\text{W} < 1{,}5\,\text{W} \Rightarrow \text{nicht überlastet}$$

$$P_{V2} = \frac{16}{6}\,\text{W} = 2{,}\overline{6}\,\text{W} < 3{,}0\,\text{W} \Rightarrow \text{nicht überlastet}$$

$$P_{V3} = \frac{36}{12}\,\text{W} = 3{,}0\,\text{W} > 1{,}5\,\text{W} \Rightarrow \text{überlastet}$$

$$P_{V4} = \frac{36}{12}\,\text{W} = 3{,}0\,\text{W} \leq 3{,}0\,\text{W} \Rightarrow \text{nicht überlastet, aber an der Belastungsgrenze}$$

Aufgabe 2.31

Eine Glühlampe mit den Daten 230 V, 40 W hat einen einfach gewendelten Wolframglühdraht mit der Länge $l = 657$ mm und mit einem Durchmesser $d = 0{,}0226$ mm.

a) Berechnen Sie den Betriebswiderstand R_ϑ wenn die Glühlampe leuchtet und den Kaltwiderstand R_{20} im ausgeschalteten Zustand.
b) Wie groß ist der Strom I_ϑ im Betriebsfall und wie groß ist der Einschaltstrom I_{20}?

Der spezifische Widerstand von Wolfram bei 20 °C ist $\rho_{20} = 0{,}055\,\frac{\Omega \cdot \text{mm}^2}{\text{m}}$.

Lösung

a) Betriebswiderstand: $R_\vartheta = \frac{U^2}{P} = \frac{230^2\,\text{V}^2}{40\text{W}} = \underline{\underline{1{,}32\,\text{k}\Omega}}$
Kaltwiderstand:

$$R_{20} = \rho_{20} \cdot \frac{l}{A} = \rho_{20} \cdot \frac{l \cdot 4}{\pi \cdot d^2} = 0{,}055\,\frac{\Omega \cdot \text{mm}^2}{\text{m}} \cdot \frac{0{,}657\,\text{m} \cdot 4}{\pi \cdot 0{,}0226^2\,\text{mm}^2} = \underline{\underline{90{,}1\,\Omega}}$$

b) Strom im Betriebsfall: $I_\vartheta = \frac{P}{U} = \frac{40\,\text{W}}{230\,\text{V}} = \underline{\underline{0{,}17\,\text{A}}}$
Einschaltstrom: $I_{20} = \frac{U}{R_{20}} = \frac{230\,\text{V}}{90{,}1\,\Omega} = \underline{\underline{2{,}55\,\text{A}}}$

2.8 Wirkungsgrad

Aufgabe 2.32
Ein Netzteil hat folgende Spannungsausgänge:

$$+5\,\text{V}/25\,\text{A}; \quad +12\,\text{V}/9\,\text{A}; \quad -5\,\text{V}/0{,}5\,\text{A}; \quad -12\,\text{V}/-0{,}5\text{A}$$

Welche Leistung P_{zu} nimmt das Netzteil auf, wenn der Wirkungsgrad $\eta = 70\,\%$ beträgt?

Lösung

$$\eta = \frac{\text{abgegebene Leistung}}{\text{zugeführte Leistung}} = \frac{P_{\text{ab}}}{P_{\text{zu}}} = \frac{\text{Nutzleistung}}{\text{Nutzleistung} + \text{Verlustleistung}} = \frac{P_{\text{ab}}}{P_{\text{ab}} + P_{\text{V}}}$$

$$P_{\text{ab}} = 5\,\text{V} \cdot 25\,\text{A} + 12\,\text{V} \cdot 9\,\text{A} + 5\,\text{V} \cdot 0{,}5\,\text{A} + 12\,\text{V} \cdot 0{,}5\,\text{A} = 241{,}5\,\text{W}$$

$$P_{\text{zu}} = \frac{P_{\text{ab}}}{\eta} = \frac{241{,}5\,\text{W}}{0{,}7} = \underline{\underline{345\,\text{W}}}$$

Aufgabe 2.33
Ein Gleichstrommotor wird bei einer Drehzahl $n = 1200\,1/\text{min}$ mit dem Drehmoment $M = 30\,\text{N}\,\text{m}$ belastet. Am Motor liegt die Spannung $U = 150\,\text{V}$ an, der aufgenommene Strom beträgt 30 A. Wie groß ist der Wirkungsgrad η des Motors?

Lösung
Die vom Motor aufgenommene elektrische Leistung ist $P_{\text{zu}} = U \cdot I = 150\,\text{V} \cdot 30\,\text{A} = 4500\,\text{W}$.

Die Drehzahl ist $n = 1200\,1/\text{min} = \frac{1200}{60}\,1/\text{s} = 20\,1/\text{s}$.

Die Winkelgeschwindigkeit ergibt sich zu $\omega = 2 \cdot \pi \cdot n = 2 \cdot \pi \cdot 20\,\frac{1}{\text{s}} = 125{,}7\,\frac{1}{\text{s}}$.

Mit $\text{W} = \frac{\text{N}\,\text{m}}{\text{s}}$ (Leistung = Arbeit pro Zeiteinheit, Watt = Newtonmeter pro Sekunde) folgt die vom Motor an der Welle abgegebene mechanische Leistung:

$$P_{\text{ab}} = M \cdot \omega = 30\,\text{N}\,\text{m} \cdot 125{,}7\,\frac{1}{\text{s}} = 3771\,\text{W}.$$

Der Wirkungsgrad η des Motors ist $\eta = \frac{P_{\text{ab}}}{P_{\text{zu}}} = \frac{3771\,\text{W}}{4500\,\text{W}} \cdot 100\,\% = \underline{\underline{84\,\%}}$.

Die Betrachtung des Wirkungsgrades wird jetzt auf den Wechselstromkreis erweitert.

Aufgabe 2.34
Eine Glühlampe mit den Nenndaten 24 V und 2,4 W wird über einen Vorwiderstand an einer Wechselspannung $U = 60\,\text{V}$ (Effektivwert), $f = 50\,\text{Hz}$ mit seiner Nennleistung betrieben.

a) Berechnen Sie den Wirkungsgrad η.
b) Anstelle des Vorwiderstandes wird jetzt ein Kondensator mit der Glühlampe in Reihe geschaltet. Wie groß muss der Kapazitätswert C für den Betrieb der Glühlampe mit Nennleistung sein? Wie groß ist jetzt der Wirkungsgrad η?
c) Welche Blindleistung Q nimmt die gesamte Schaltung auf? Wie groß ist der Leistungsfaktor $\cos(\varphi)$?

Lösung

a) Bei Nennbetrieb ist der Strom durch die Glühlampe $I = \frac{P}{U} = \frac{2{,}4\,\mathrm{W}}{24\,\mathrm{V}} = 0{,}1\,\mathrm{A}$, ihr Widerstand ist somit $R = \frac{U}{I} = \frac{24\,\mathrm{V}}{0{,}1\,\mathrm{A}} = 240\,\Omega$. Damit bei 60 V ebenfalls 0,1 A fließen, muss der Vorwiderstand den Wert $360\,\Omega$ haben. In ihm entsteht die Verlustleistung 3,6 W. Der Wirkungsgrad ist $\eta = \frac{2{,}4\,\mathrm{W}}{2{,}4\,\mathrm{W}+3{,}6\,\mathrm{W}} = \underline{\underline{0{,}4}}$ (40 %).
b) Der Blindwiderstand X_C des Kondensators muss $360\,\Omega$ sein: $X_\mathrm{C} = \frac{1}{\omega C} = 360\,\Omega$.

$$C = \frac{1}{2 \cdot \pi \cdot 50\,\mathrm{s}^{-1} \cdot 360\,\Omega} = 8{,}8 \cdot 10^{-6}\,\mathrm{F} = \underline{\underline{8{,}8\,\mu\mathrm{F}}}$$

Es entsteht keine Verlustleistung: $\underline{\underline{\eta = 100\,\%}}$.
c) Die Scheinleistung ist $S = U \cdot I$.
Der Leistungsfaktor ist

$$\cos(\varphi) = \frac{P}{S} = \frac{2{,}4\,\mathrm{W}}{60\,\mathrm{V} \cdot 0{,}1\,\mathrm{A}} = \frac{2{,}4\,\mathrm{W}}{6\,\mathrm{VA}} = \underline{\underline{0{,}4}}.$$

Die Blindleistung ist:

$$Q = S \cdot \sin(\varphi) = S \cdot \sin\left[\arccos\left(\frac{P}{S}\right)\right] = \underline{\underline{5{,}5\,\mathrm{var}}}.$$

Aufgabe 2.35

Ein Einphasen-Wechselstrommotor und ein Heizgerät sind an das Stromversorgungsnetz $U = 230\,\mathrm{V}$, $f = 50\,\mathrm{Hz}$ angeschlossen. Das Heizgerät nimmt eine Leistung $P = 1{,}8\,\mathrm{kW}$ auf. Der Motor hat eine Nennleistung (mechanische Wellenleistung) $P_\mathrm{N} = 1{,}2\,\mathrm{kW}$. Sein Nennstrom ist $I_\mathrm{N} = 8{,}0\,\mathrm{A}$, der Leistungsfaktor ist $\cos(\varphi_\mathrm{N}) = 0{,}8$.

a) Wie groß ist der Wirkungsgrad η des Motors?
b) Skizzieren Sie das Zeigerbild der Leistungen.
c) Berechnen Sie den Leistungsfaktor $\cos(\varphi_\mathrm{ges})$, der sich insgesamt ergibt.

Lösung

a)

$$\eta = \frac{P_\mathrm{ab}}{P_\mathrm{zu}} = \frac{P_\mathrm{N}}{U \cdot I_\mathrm{N} \cdot \cos(\varphi_\mathrm{N})} = \frac{1{,}2\,\mathrm{kW}}{230\,\mathrm{V} \cdot 8{,}0\,\mathrm{A} \cdot 0{,}8} = \underline{\underline{0{,}815}}$$

b) Das Zeigerbild der Leistungen zeigt Abb. 2.13.

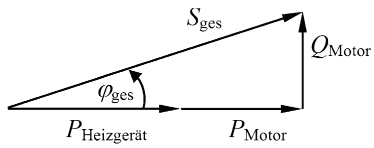


Abb. 2.13 Skizze des Zeigerbildes der Leistungen

c) Der sich insgesamt ergebende Leistungsfaktor ist $\cos(\varphi_{ges}) = \dfrac{P_{ges}}{S_{ges}}$ mit

$$P_{ges} = P_{Heizgerät} + P_{Motor};\, P_{Motor} = U \cdot I_N \cdot \cos(\varphi_N)$$
$$P_{Motor} = 230\,\mathrm{V} \cdot 8{,}0\,\mathrm{A} \cdot 0{,}8 = 1472\,\mathrm{W}; \quad P_{ges} = 1800\,\mathrm{W} + 1472\,\mathrm{W} = 3272\,\mathrm{W}$$

Die Scheinleistung ist $S_{ges} = \sqrt{(P_{ges})^2 + (Q_{Motor})^2}$.
Die Blindleistung des Motors ist $Q_{Motor} = U \cdot I_N \cdot \sin(\varphi_N)$.

$$Q_{Motor} = 230\,\mathrm{V} \cdot 8{,}0\,\mathrm{A} \cdot \sin[\arccos(0{,}8)] = 1104\,\mathrm{var}$$
$$S_{ges} = \sqrt{(3272\,\mathrm{W})^2 + (1104\,\mathrm{var})^2} = 3453\,\mathrm{VA}$$
$$\cos(\varphi_{ges}) = \frac{P_{ges}}{S_{ges}} = \frac{3272\,\mathrm{W}}{3453\,\mathrm{VA}} = \underline{\underline{0{,}948}}\ (94{,}8\,\%)$$

Aufgabe 2.36
Ein Verstärker mit dem Eingangswiderstand $R_e = 100\,\mathrm{k}\Omega$ wird mit einer Eingangsspannung $U_e = 100\,\mathrm{mV}$ angesteuert. Am Ausgang wird am Lastwiderstand $R_L = 8\,\Omega$ eine Spannung $U_a = 10\,\mathrm{V}$ gemessen. Die Betriebsspannung ist $U_B = 15\,\mathrm{V}$, die mittlere Stromaufnahme beträgt $I_B = 1{,}0\,\mathrm{A}$. Berechnen Sie die entstehende Verlustleistung und den Wirkungsgrad des Verstärkers.

Lösung
Die Wirkleistung am Verstärkereingang ist $P_e = \frac{U_e^2}{R_e} = \frac{(0{,}1\,\mathrm{V})^2}{100.000\,\Omega} = 0{,}1\,\mu\mathrm{W}$.
Die Wirkleistung am Ausgang ist $P_a = \frac{U_a^2}{R_L} = \frac{(10\,\mathrm{V})^2}{8\,\Omega} = 12{,}5\,\mathrm{W}$.
Der Verstärker nimmt die Leistung $P_B = U_B \cdot I_B = 15\,\mathrm{W}$ auf.
Die Verlustleistung ist $P_V = P_e + P_B - P_a = 0{,}1\,\mu\mathrm{W} + 15\,\mathrm{W} - 12{,}5\,\mathrm{W} = \underline{\underline{2{,}5\,\mathrm{W}}}$.

$$\eta = \frac{P_{ab}}{P_{zu}} = \frac{12{,}5\,\mathrm{W}}{15\,\mathrm{W}} \cdot 100\,\% = \underline{\underline{83\,\%}}$$

Aufgabe 2.37
Mit einem integrierten Spannungsregler (so genannter linearer Längsregler) kann aus einer höheren Gleichspannung eine niedrigere (geregelte, stabilisierte) Gleichspannung gewonnen werden, die weitgehend unabhängig von Schwankungen sowohl der Eingangsspannung als auch des lastseitig aufgenommenen Stromes ist. In diesem Beispiel (Abb. 2.14)

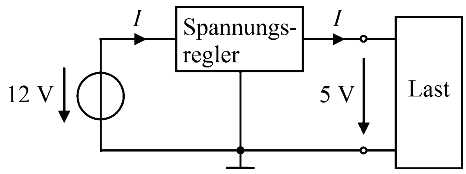


Abb. 2.14 Spannungsregler mit angeschlossener Last

ist der von der Last aufgenommene Strom $I = 100\,\mathrm{mA}$. Dieser Strom fließt auch in den Eingang des Spannungsreglers.

Berechnen Sie die von der Last aufgenommene Leistung P_L, die von der Spannungsquelle abgegebene Leistung P_U und die im Spannungsregler auftretende Verlustleistung P_V. Wie groß ist der Wirkungsgrad η des linearen Spannungsreglers?

Lösung

$$P_L = 5\,\mathrm{V} \cdot 0{,}1\,\mathrm{A} = \underline{\underline{0{,}5\,\mathrm{W}}}$$

$$P_U = 12\,\mathrm{V} \cdot 0{,}1\,\mathrm{A} = \underline{\underline{1{,}2\,\mathrm{W}}}$$

$$P_V = 1{,}2\,\mathrm{W} - 0{,}5\,\mathrm{W} = 0{,}7\,\mathrm{W}$$

$$\eta = \frac{P_L}{P_U} = \frac{0{,}5\,\mathrm{W}}{1{,}2\,\mathrm{W}} \cdot 100\,\% = \underline{\underline{41{,}7\,\%}}$$

Aufgabe 2.38

Um aus einer höheren Gleichspannung eine niedrigere Gleichspannung zu gewinnen, kann statt eines linearen Spannungsreglers ein Schaltregler verwendet werden. Ein solcher getakteter Stromsteller wird als Tiefsetz-Gleichstromsteller oder Abwärtswandler (buck converter, step down converter) bezeichnet. Die prinzipielle Arbeitsweise zeigt Abb. 2.15.

U_e = Eingangsspannung, U_a = Ausgangsspannung, I_e = Eingangsstrom, I_a = Ausgangsstrom (Laststrom), U_{St} = Steuerspannung, T = Transistor (MOSFET), L = Speicherdrossel, D = Freilaufdiode, R = Last

Der Transistor T wirkt als Halbleiterschalter, der durch die Steuerspannung U_{St} periodisch in einem bestimmten Tastverhältnis eingeschaltet (geschlossen) bzw. ausgeschaltet (geöffnet) wird. Ist T eingeschaltet, so nimmt die Speicherdrossel L Energie auf, der Laststrom I_a steigt an. Wird T ausgeschaltet, so gibt die Drossel die in ihr gespeicherte Energie ab. Für die jetzt in L induzierte Spannung ist die Freilaufdiode in Durchlassrichtung gepolt. Der abnehmende Strom I_a fließt in gleicher Richtung weiter durch die Last wie vor

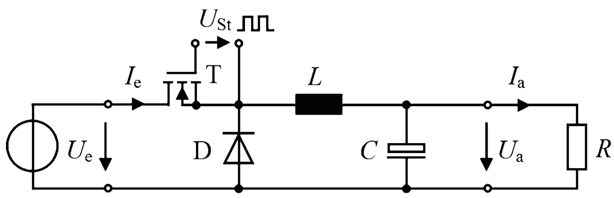


Abb. 2.15 Abwärtswandler

dem Ausschalten von T. Die Drossel erhält den Stromfluss aufrecht. Die Freilaufdiode verhindert Induktionsspannungsspitzen und sorgt gleichzeitig für einen gleichförmigen Stromfluss.

Man kann zeigen, dass die Ausgangsspannung (ihr zeitlicher Mittelwert) nur vom Tastverhältnis und der Eingangsspannung abhängig ist, sie ist unabhängig von der Last.

$$U_a = \frac{t_{ein}}{T} \cdot U_e$$

Als Beispiel wird jetzt die vereinfachende Annahme getroffen, dass die Verlustleistung im eingeschalteten Transistor durch dessen Widerstandswert der Drain-Source-Schaltstrecke $R_{DS(on)} = 3\,\Omega$ und der Spannungsabfall $U_S = 0{,}7\,V$ an der Freilaufdiode die einzigen Verluste sind. (In der Praxis kommen die wesentlich schwieriger zu berechnenden dynamischen Verluste beim Schalten des Transistors hinzu.)

Die Spannungen sind $U_e = 12\,V$ und $U_a = 5\,V$, die Ströme sind $I_e = I_a = 100\,mA$. Zu berechnen sind die Verlustleistung P_V und der Wirkungsgrad η des Schaltreglers.

Lösung

$$U_a = \frac{t_{ein}}{T} \cdot U_e \Rightarrow \frac{t_{ein}}{T} = \frac{U_a}{U_e} = \frac{5\,V}{12\,V} = \frac{5}{12}$$

Die Verlustleistung im MOSFET ist während der Einschaltzeit:

$$P_{ein} = I_e^2 \cdot R_{DS(on)} = (0{,}1\,A)^2 \cdot 3\,\Omega = 0{,}03\,W.$$

Die Verlustleistung in der Freilaufdiode ist während der Ausschaltzeit:

$$P_{aus} = U_S \cdot I_a = 0{,}7\,V \cdot 0{,}1\,A = 0{,}07\,W.$$

Die gesamte Verlustleistung ist:

$$P_V = P_{ein} \cdot \frac{t_{ein}}{T} + P_{aus} \cdot \frac{t_{aus}}{T} = 30\,mW \cdot \frac{5}{12} + 70\,mW \cdot \frac{7}{12} = \underline{\underline{53{,}3\,mW}}.$$

Der Wirkungsgrad ist:

$$\eta = \frac{P_{ab}}{P_{ab} + P_V} = \frac{5\,V \cdot 0{,}1\,A}{5\,V \cdot 0{,}1\,A + 0{,}0533\,W} \cdot 100\,\% = \underline{\underline{90{,}4\,\%}}$$

Der Vorteil eines Schaltreglers ist seine geringe Verlustleistung und ein entsprechend hoher Wirkungsgrad. Die Ausgangsspannung eines Schaltreglers hat jedoch gegenüber einem linearen Spannungsregler eine größere Restwelligkeit. Ein Vergleich von Aufgabe 2.37 und Aufgabe 2.38 ergibt:

Schaltregler	Vorteil: hoher Wirkungsgrad, Nachteil: hohe Restwelligkeit.
Linearer Spannungsregler	Vorteil: kleine Restwelligkeit, Nachteil: kleiner Wirkungsgrad.