2 Systemtechnik

Mache die Dinge so einfach wie möglich - aber nicht einfacher.

Albert Einstein

Die Systemtechnik ist ein eigenes Wissenschaftsgebiet mit einer Großzahl von Veröffentlichungen der verschiedensten Fachrichtungen. Im Studium eines Ingenieurs trifft man häufig im Fach Regelungstechnik auf einige der nachfolgenden Begriffe. Ich versuche sie in Hinblick auf unser Hauptthema einzuführen und anschauliche Beispiele zu finden, wie sie im Fahrwerk anzuwenden sind. Als Minimalsystem zieht sich die einfache lineare Feder durch dieses Kapitel, die jedem Ingenieur spätesten seit dem ersten Semester aus der Technischen Mechanik vertraut sein dürfte.

2.1 Systembegriff

Da der Begriff des Systems im alltäglichen Sprachgebrauch häufig verwendet wird, bedarf es einer genaueren Betrachtung, um ihn im Weiteren als technischen Begriff verwenden zu können. Umgangssprachlich wird ein System oft mit politischen Gesellschaftformen, aber auch mit Gegenständen gleichgesetzt, die sich durch ihre äußere Hülle von ihrer Umgebung abgrenzen. Doch Systeme in unserem Sinne sind abstrakterer Natur, denn die realen Gegenstände enthalten eine immense Zahl von Eigenschaften, die nicht alle zur gleichen Zeit Gegenstand der Betrachtung sein können und müssen. Ein System, wie es nun im Folgenden definiert wird, ist eine abstrahierte Untermenge des Ganzen. Diese Untermenge zu finden, ist eine wesentliche Aufgabe der Systemtechnik und der in Kapitel 3 behandelten Modellbildung. Der Begriff des Systems stammt ursprünglich aus der Nachrichtentechnik, wo versucht wurde, es vom speziellen Inhalt einer Nachricht herauszulösen und dies mathematisch zu formulieren.

Der Verein Deutscher Ingenieure (VDI) beschreibt in [VDI3633] den Begriff der Simulation wie folgt:

> *Verfahren zur Nachbildung eines Systems mit seinen dynamischen Prozessen in einem experimentierbaren Modell, um zu Erkenntnissen zu gelangen, die auf die Wirklichkeit übertragbar sind.*

Diese Definition zeigt die zentrale Rolle, die das System im Rahmen der Simulationstechnik spielt. Das System stellt eine abgeschlossene Einheit dar, die aus einem oder mehreren strukturell verbundenen Elementen besteht. Der Zustand des Systems kann von anderen Systemen (oder sich selbst) abhängen und kann weitere Systeme beeinflussen (oder sich selbst). Um zu klären, was innerhalb und was außerhalb des Systems ist, muss eine Grenze – die Systemgrenze – gezogen werden, die im nächsten Abschnitt behandelt wird.

Generalisierend macht sich die Systemtechnik zunutze, dass auch physikalisch völlig unterschiedliche Systeme den gleichen Gesetzmäßigkeiten folgen und aus den gleichen Arten von Systemelementen bestehen können. Dies führt zu der Möglichkeit, Gemeinsamkeiten dieser

D. Adamski, *Simulation in der Fahrwerktechnik,* ATZ/MTZ-Fachbuch,
DOI 10.1007/978-3-658-06536-2_2

Systeme zu systematisieren und mit äquivalenten mathematischen Beziehungen zu beschreiben. Ziel ist es also, möglichst allgemeine Beziehungen zu formulieren, die das Systemverhalten als Funktion seiner Komponenten und deren strukturellen Verknüpfungen wiedergeben [Boss89]. Das bedeutet nicht, dass diese Systeme hinsichtlich ihrer Elemente oder ihrer Struktur gleich sind. Aber es bedeutet, dass trotz der jedem System eigenen Struktur und der ihm zugehörigen Elemente, der gleiche mathematische Formalismus ablaufen kann.

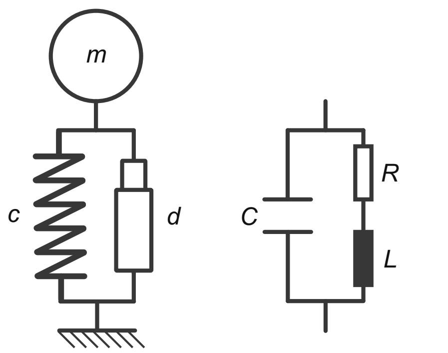

Bild 2.1 Mechanischer Einmassenschwinger (links) und elektrischer Schwingkreis (rechts)

Vielleicht ist dem ein oder anderen die Analogie zwischen dem Einmassenschwinger aus der Technischen Mechanik mit den Eigenschaften der Masse m, der Federsteifigkeit c und der Dämpferkonstante d und dem Schwingkreis der Elektrotechnik mit den Eigenschaften des OHMschen Widerstands R, der Induktivität L und der Kapazität C schon einmal im Studium begegnet (Bild 2.1).

Beide Systeme lassen sich, so unterschiedlich sie sind, mit den gleichen Systemgleichungen beschreiben. Die Differenzialgleichungen zweiter Ordnung, die das Systemverhalten eines freien Schwingers beschreiben, sind vom Grundsatz her identisch.

Einmassenschwinger: $$f(x) = m\ddot{x} + d\dot{x} + cx \tag{2.1}$$

Schwingkreis: $$f(i) = LC\frac{d^2i}{dt^2} + RC\frac{di}{dt} + i \tag{2.2}$$

2.1.1 Systemgrenze

Eine Systemdefinition ist der Versuch, einen realen Sachverhalt zu beschreiben. Dabei spielt immer die Fragestellung, mit der das System untersucht werden soll, eine maßgebliche Rolle. Aspekte, die nicht mit dieser Fragestellung zusammenhängen, werden dabei weggelassen. Soll zum Beispiel das Fahrverhalten eines Fahrzeuges beschrieben werden, so spielt die Eigenschaft der Wagenfarbe in diesem Zusammenhang keine Rolle. Sie kann bei der Formulierung des Systems weggelassen werden. Andere Eigenschaften können durchaus einen Einfluss auf die Fragestellung haben, aber ihre Auswirkung ist als sehr gering zu erachten. So werden auch diese Eigenschaften bei der Systembeschreibung vernachlässigt, um die Komplexität und den Umfang der Beschreibung zu reduzieren. Ob eine Sonnenblende ausgeklappt ist oder nicht, wird, obwohl sich der Schwerpunkt des Fahrzeuges verschieben wird, keine nachweisbare Auswirkung auf das Fahrverhalten haben. Ob ein Retractable Hardtop eines

Roadsters geöffnet ist oder nicht, kann dann bezüglich des Fahrzeugschwerpunktes unter Umständen nicht mehr vernachlässigt werden.

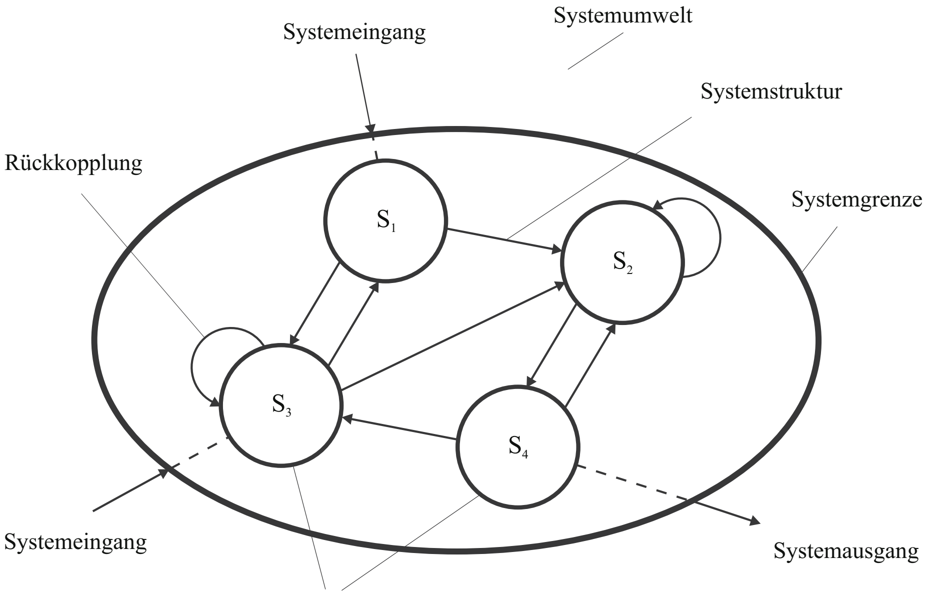

Bild 2.2 Systemstruktur

Dieser Vorgang wird auch als *Separation* bezeichnet [Schw90]. Der Abgrenzungsprozess ist wesentlich, denn ein System bestimmt sich vor allem daraus, was es enthält und was es nicht enthält, also was sich außerhalb der Systemgrenze befindet [Cell91]. Außerhalb der Systemgrenze befindet sich die Systemumwelt, die jedoch auch begrenzt werden muss, da nur der für die jeweilige Fragestellung relevante Teil der Umwelt betrachtet werden kann [Ropo75]. Innerhalb der Systemgrenze findet eine starke Interaktion der inneren Elemente statt. Mit der Außenwelt interagieren diese Elemente nur sehr schwach, nichtsdestotrotz können über die Systemgrenze Informationen, Energie oder auch Stoffe in das System hineingelangen und es auch wieder verlassen (Bild 2.2). Umweltfaktoren, die nicht unmittelbar von den Elementen des Systems beeinflussbar sind, werden als externe Systemgrößen betrachtet [Boss89].

Nehmen wir zum Beispiel die Radbremse als System, so wird die Wärme, die bei der Umwandlung der Bewegungsenergie entsteht, an die Umgebung abgegeben und ist damit kein Bestandteil des Systems mehr. Soll die Standfestigkeit der Bremse untersucht werden, so muss eine Energiebilanz erstellt werden. Verlässt weniger Wärme das System, als erzeugt wird, so heizt sich die Bremse auf.

Soll ein gesamtes Fahrzeug als System beschrieben werden, so muss die Grenze zur Umwelt festgelegt werden. Während der Reifen noch dazu gehören wird, ist die Straße bereits außerhalb des Systems. Während die Karosserieform mit ihrer Aerodynamik zum System gehört, wird die Luft mit ihrer Geschwindigkeit und Richtung außerhalb der Grenze liegen. Der Vorteil in dieser Grenzziehung liegt darin, dass dasselbe System *Fahrzeug* mit verschiedenen Straßen- oder Seitenwindanregungen verwendet werden kann. In vielen Simulationsumgebungen wird dies dadurch berücksichtigt, dass sich die Straßeninformationen ($z(x, y)$, $\mu(x, y)$) und der Wind (Geschwindigkeit, Richtung) unabhängig vom Fahrzeugmodell angeben lassen. Manchmal aber auch nicht, denn wenn die Straßeninformation integraler Bestandteil des Reifenmodells ist, kann dies unter Umständen zu einem erhöhten Aufwand führen. Dieser Problematik nähern wir uns im Abschnitt 12.5.

Neben der Grenzdefinition, was ist Innen und was ist Außen, muss auch die Kommunikation zwischen dem Inneren und dem Äußeren beschrieben werden. Es müssen Schnittstellen definiert werden, deren Zahl aber so gering wie möglich sein sollte. Auch hier muss eine Auswahl getroffen werden, welche Schnittstellen für die jeweilige Fragestellung zwingend notwendig und welche unnötig sind und welche vernachlässigt werden können. Über diese Schnittstellen kommunizieren die verschiedenen Systeme miteinander.

2.1.2 Kausalität

Die Anzahl der beschriebenen Schnittstellen wird immer kleiner gleich der realen Schnittstellen sein. Man muss darauf achten, dass auch nach einer Reduktion alle Schnittstellen noch *kausal* zusammenhängen. Kausalität bedeutet, dass der Zusammenhang zwischen Ursache und Wirkung nicht außer Kraft gesetzt wird.[10] Die Natur sorgt von alleine für diese Forderung, wenn man sie allerdings mit eigenen Worten und Algorithmen beschreiben soll, kann dies schon einmal durcheinander gehen. Hier ist vor allem der zeitliche Aspekt zu sehen. Ein Ereignis U (Ursache) kann unter bestimmten Bedingungen ein Ereignis W (Wirkung) hervorrufen. Dies bedeutet, dass die Ursache U immer der Wirkung W zeitlich vorausgehen muss. W kann niemals eintreten, wenn nicht vorher U eingetreten ist. Eine einfache Möglichkeit dies zu veranschaulichen, ist eine einfache Rechenaufgabe, die in zwei Teilschritten beschrieben wird (Bild 2.3).

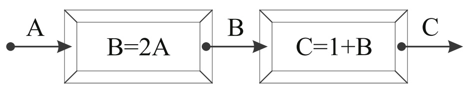

Bild 2.3 Kausalität einer Rechenaufgabe

Zunächst muss A vorliegen, daraus errechnet sich das Ergebnis B und dies wird in einem weiteren Schritt zur Berechnung von C benötigt. Eine Berechnung von C ohne das B vorliegt, wird also nicht zum richtigen Ergebnis führen. Dieser Zusammenhang ist zwingend. Aber es erschließt sich sicherlich nicht jedem sofort, warum diese Reihenfolge nicht immer *von selbst* eingehalten werden sollte.

Diejenigen Leser, die mithilfe einer höheren Programmiersprache in der Lage sind, das System mit einem eigenen Programm oder Programmteil zu erstellen, kennen die sogenannte If-Abfrage. Mit ihrer Hilfe kann man eine WENN-DANN-Beziehung erstellen. WENN eine be-

[10] Wie der Volksmund sagt: Erst kommt die Faust, dann kommt der Schmerz.

stimmte Situation vorliegt (z. B. A > 0), DANN führe die folgende Anweisung aus (B = 2 A). Die Profis wissen natürlich, dass das obige Beispiel unvollständig ist. Aber genau hier liegt ein möglicher Fehler, der zur Verletzung der Kausalität beitragen kann. Die vollständige Beziehung heißt WENN-DANN-ANSONSTEN. Für unser Beispiel könnte dies bedeuten: WENN A > 0 DANN B = 2 A ANSONSTEN B = 0. Der erste Ansatz enthält nur für den Fall, dass A > 0 ist, eine Anweisung. Wäre A ≤ 0 würde die Berechnung von B nicht erfolgen. B wäre entweder nicht definiert[11] oder es wäre aus dem letzten Berechnungsschritt vielleicht noch ein alter Wert für B erhalten, der anstelle des richtigen Wertes verwendet würde. Die Rechnung läuft weiter und man stellt dies unter Umständen gar nicht fest. Gegebenenfalls könnte das Argument auftauchen, dass in diesem speziellen Fall A physikalisch gar nicht kleiner oder gleich Null sein kann, weil es zum Beispiel um eine Masse geht. Das mag richtig sein, aber durch einen Fehler im vorherigen Programmablauf könnte ja trotzdem eine negative Masse entstanden sein oder der spätere Benutzer hat vielleicht fehlerhafte Angaben für die vom Programm genutzten Parameter gemacht. Hier gilt der Ansatz:

Wenn etwas falsch gemacht werden kann, wird es falsch gemacht!

Diejenigen Leser ohne eigene Programmierkenntnisse müssen darauf vertrauen, dass die beauftragten Profis diesen Ansatz beherzigen und mögliche Fehler abfragen.

Eine weitere Möglichkeit die Kausalität zu verletzen, besteht darin, den ursprünglich seriellen Ablauf der Aufgabe zu parallelisieren. Aus Gründen der Rechenzeitersparnis und der Verfügbarkeit entsprechender Hardware werden komplexe Rechnungen aufgeteilt und gleichzeitig auf verschiedenen Prozessoren gerechnet und hinterher wieder zusammengefügt. Dies ist natürlich nicht für jeden Typ von Aufgabe möglich, aber einige drängen sich dafür geradezu auf. In diesen Fällen muss man streng darauf achten, ob es Abhängigkeiten zwischen den parallelisierten Teilprogrammen gibt, die zu einer Verletzung der Kausalität führen könnten.

2.1.3 Übertragungsverhalten

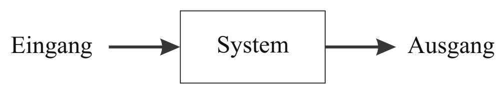

Bild 2.4 Allgemeiner Systembegriff

Die Systemtechnik entstand, wie beschrieben, ursprünglich aus einer Fragestellung der Elektrotechnik, speziell der Nachrichtentechnik, bei der Effekte bei der Übermittlung von Nachrichten durch die Variation von Strom und Spannung über elektrische Übertragungseinrichtungen untersucht wurden. In der klassischen Systemtechnik wurde der Zusammenhang zwischen den Eingangsgrößen und den Ausgangsgrößen eines linearen, zeitinvarianten Systems im Frequenzbereich gesucht. Hieraus entstand der Begriff der Übertragungsfunktion, der frühzeitig auch in der Regelungstechnik Einsatz fand. Im Vordergrund steht nach wie vor die Reaktion eines gegebenen Systems auf Einflüsse von außen. Diese äußeren Einflüsse werden als Eingangsgrößen bezeichnet. Die Systemantwort auf die Einwir-

[11] Was abhängig von der Programmiersprache zu einem Programmabbruch führen kann und somit keine *falschen* Ergebnisse liefern würde oder im ungünstigeren Fall zu einem beliebigen Ergebnis.

kung der Eingangsgröße (Ursache) wird naheliegenderweise Ausgangsgröße (Wirkung) genannt. Die Systemtechnik versucht die Verbindung der Ausgangsgröße und der Eingangsgröße eines dynamischen Systems, so allgemein wie möglich zu formulieren (Bild 2.4).

Als konkretes Beispiel kann man sich eine lineare Stahlfeder vorstellen (Bild 2.5). Sie hat das einfache Kraftgesetz $F = c \cdot ds$, wenn F die Kraft, c die Steifigkeit und ds die Auslenkung ist. Das System Feder hat also ein Übertragungsverhalten, das sich durch ihre Steifigkeit darstellen lässt. Besteht die Eingangsinformation aus dem Weg der Auslenkung, so wandelt sie ihn in eine Kraft um, die wir dann als Ausgangsgröße betrachten.

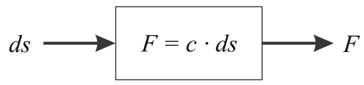

Bild 2.5 Feder als System mit der Auslenkung als Eingang

Selbst für dieses simple Beispiel sind ein paar Vereinbarungen zu treffen, damit es funktioniert. Wenn wir die reale Feder betrachten, so können wir eine Auslenkung aufbringen und werden eine Kraft messen, genauso gut können wir aber auch eine Kraft einprägen und werden dann eine Auslenkung der Feder messen. Das in Bild 2.5 dargestellte Übertragungsverhalten kann nur den ersten Fall darstellen. Für den zweiten brauchen wir ein *neues* System oder eine neue Modellierung (Bild 2.6).

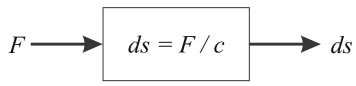

Bild 2.6 Feder als System mit der Kraft als Eingang

Ansonsten werden wir nicht das gewünschte Ergebnis erhalten. Während also die reale Feder all ihre Eigenschaften zur gleichen Zeit besitzt, beschränkt man sich bei der Darstellung als ein System mit einem Übertragungsverhalten auf die für die jeweilige Fragestellung interessanten Eigenschaften. Natürlich ist es softwaretechnisch realisierbar, dass das System den Typ der Eingangsinformation erkennt und dann die richtige Form des Kraftgesetzes anwendet. Das ändert aber nichts Grundlegendes daran, dass man die Vereinbarung treffen muss, was bei der jeweiligen Eingangsinformation passieren muss.

2.1.4 Wertebereich

Eine weitere Vereinbarung betrifft den Wertebereich der Eingangs- und der Ausgangsinformation. Sofort einsehbar ist die Frage der Einheiten. Ist die Steifigkeit c unserer Feder in N/m angegeben, so muss die Auslenkung auch in Metern angegeben werden. Wird sie fälschlicherweise in Millimetern eingegeben, so erhält man um den Faktor Tausend zu große Kräfte. Zum Wertebereich gehört auch das Vorzeichen. Sind Auslenkungen kleiner Null erlaubt? In der Mechanik wird allgemein vereinbart, dass negative Wege aus der ungestreckten Länge zu negativen Kräften (Druckkräften) führen und positive Wege zu positiven Kräften (Zugkräften). Aber was ist, wenn die Eingangsinformation eine Zeit oder Masse ist? Ein mathematisch formuliertes Übertragungsverhalten liefert immer ein Ergebnis, ob dies dann noch dem realen System entspricht, muss mit in die Überlegung einfließen, wie man das System darstellt.

Bleiben wir zunächst bei unserer Feder. Das bisher verwendete Kraftgesetz gilt nur in einem bestimmten Wertebereich. Drückt man die Feder zu stark zusammen, kann sie auf Block gehen, das heißt, die einzelnen Windungen legen sich aneinander an. Zieht man sie zu stark auseinander wird der elastische Bereich verlassen und es kommt zu plastischen Verformungen. Beide Fälle bildet das einfache Kraftgesetz nicht ab. Als Konsequenz muss man entweder den Wertebereich begrenzen oder das Kraftgesetz entsprechend erweitern, ansonsten erhält man ein falsches Systemverhalten. Das Kraftgesetz liefert auch für Federlängen, die geringer als die Blocklänge sind noch Kräfte nach dem linearen Verhalten. Was ein lineares und was ein nichtlineares Verhalten ist, klären wir im nächsten Abschnitt.

2.1.5 Lineare und Nichtlineare Systeme

Systeme werden als linear bezeichnet, wenn ihre Systemgleichung $y(t) = g(u(t))$ für beliebige $u(t)$ und für alle t die folgenden Eigenschaften hat:

Homogenitätsprinzip: $g(c \cdot u(t)) = c \cdot g(u(t))$ (2.3)

Superpositionsprinzip: $g(u_1(t) + u_2(t)) = g(u_1(t)) + g(u_2(t))$ (2.4)

Ist mindestens eines dieser beider Prinzipe verletzt, handelt es sich um ein nichtlineares System.

Das Homogenitätsprinzip bedeutet, dass sich bei einer Verdoppelung der Eingangsgröße $u(t)$ eine Verdoppelung der Ausgangsgröße $g(u(t))$ ergeben muss. Wenn wir wieder die Feder aus dem letzten Abschnitt betrachten, so gilt dies für das formulierte Kraftgesetz. Der Arbeitsbereich der Feder, dort wo sie sich ausschließlich elastisch verformt, ist also linear. Sobald die Windungen auf Block gehen oder die Streckgrenze überschritten wird, gilt dieser Zusammenhang nicht mehr und das Verhalten wird nichtlinear. An diesen Stellen erfolgt der Übergang zu einem anderen Kraftgesetz.

Das Superpositionsprinzip sagt aus, dass die Wirkung (Ausgangsgröße) einer zusammengesetzten Eingangsgröße $u_1(t) + u_2(t)$ dieselbe sein muss, wie die Summe der Ausgangsgrößen für die einzelnen Eingangsgrößen. Dieses Prinzip ermöglicht es erst, größere Systeme durch die Kombination von Teilsystemen darzustellen. In Abschnitt 3.9 wird dieses Prinzip für den Begriff der Modularisierung verwendet.

Bereits relativ früh wird man als Ingenieur mit der Linearisierung vertraut gemacht. In der Regel sind die Trigonometrischen Funktionen *schuld*. Spätestens im ersten Semester der Mechanik hört man, dass für kleine Winkel um einen Arbeitspunkt folgender Zusammenhang gilt:[12]

$$\sin \alpha \approx \alpha \tag{2.5}$$

$$\cos \alpha \approx 1 \tag{2.6}$$

[12] Natürlich gilt dies nur für Winkel in Radiant, aber diese Erklärung ist trivial und scheidet daher aus.

Eine Frage wird fast nie beantwortet: Was sind kleine Winkel und ab wann darf man nicht mehr linearisieren? Wenn man sich den Verlauf der beiden Funktionen von 0 bis $\pi / 2$ ansieht, so erkennt man gerade beim Cosinus eine stark ansteigende Abweichung (Bild 2.7).

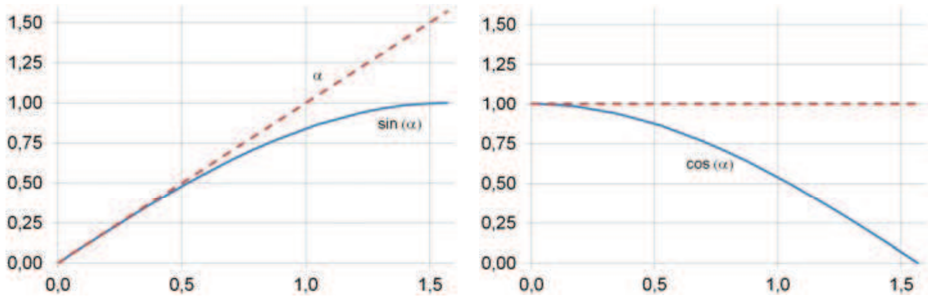

Bild 2.7 Linearisierter und tatsächlicher Verlauf der trigonometrischen Funktionen

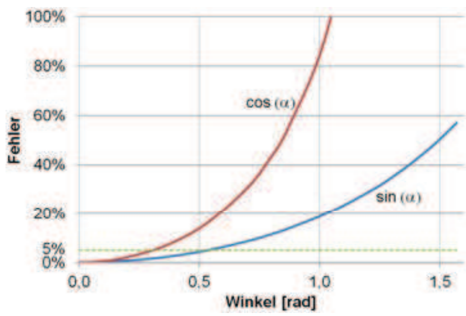

Bild 2.8 Relativer Fehler der Linearisierung

Es gibt natürlich keine allgemeingültige Antwort bis zu welchem Bereich man linearisieren darf – der akzeptierte Fehler hängt wie üblich von der Fragestellung ab. Aber leider ignorieren wir Ingenieure häufig solche mathematischen Zusammenhänge und nicht selten werden linearisierte Modelle weit jenseits ihres Gültigkeitsgebietes verwendet.[13] Würde man einen Fehler von 5% akzeptieren, so ließe sich der Sinus bis 0,54 (31°) und der Cosinus bis ungefähr 0,31 (18°) verwenden. Da zumeist beide Funktionen gleichzeitig verwendet werden, läge die Grenze für die Nutzung des linearisierten Modells also bei knapp 0,31 (18°) (Bild 2.8).

Kann das System konstruktionsbedingt keine größeren Winkel erreichen, ist man auf der sicheren Seite. Das Problem der Linearisierung liegt nicht in der Beantwortung der Frage, was kleine Winkel sind, sondern in der potenziellen Nutzung der Linearisierung für beliebige Winkel. Hat man sein System erst einmal linear beschrieben, wird man es für die verschiedensten Anwendungen einsetzen wollen. Dabei verliert man oft den Grundgedanken aus den Augen, da dies ja nur für die direkte Umgebung des Arbeitspunktes gilt, um den man linearisiert hat. Insbesondere dann, wenn das Modell von Dritten verwendet wird, die unter Umständen von dieser Einschränkung nichts wissen.

Die Linearisierung macht Sinn, um Formelzusammenhänge stark zu vereinfachen. Allerdings ist dies mit dem Stand der heutigen Rechnertechnik nicht immer erforderlich. Den eigenen Mathematikkenntnissen kann ein Fachmann oder ein geeignetes computeralgebraisches Pro-

[13] Alle Mathematiker und Physiker, die so etwas nie tun würden, mögen sich jetzt bestätigt fühlen.

gramm häufig auf die Sprünge helfen. Ist diese Hürde einmal erfolgreich genommen, lassen sich die nichtlinearen Modellansätze auch für *große* Winkel verwenden.

2.2 Systemverhalten

2.2.1 Systeme mit und ohne Gedächtnis

Beim Zeitverhalten eines Systems ist es wichtig, zu unterscheiden, ob das System ein *Gedächtnis* hat oder nicht. Technischer ausgedrückt, ob es einen Speicher besitzt oder eine direkte Kopplung des Ausgangssignals an das Eingangssignal. Spielt die Zeit für das Antwortsignal keine Rolle, das heißt, bei gleichem Eingangssignal wird, egal zu welchem Zeitpunkt es anliegt und abhängig vom Vorgeschehen, immer wieder dasselbe Ausgangssignal produziert, so spricht man von einem statischen System. Unser Beispiel aus dem letzten Abschnitt, die Stahlfeder, ist so ein statisches System. Das formulierte Kraftgesetz hat nur die eine Eingangsgröße der Auslenkung und besitzt keinen inneren Speicher, der vorherige Auslenkungen berücksichtigen könnte.

Dynamische Systeme reagieren abhängig von der Vorgeschichte der Eingangssignale unterschiedlich, da sie sich ihre Historie *merken*. Auf diese Weise ist ein Zeitverhalten implementiert, das dem momentanen Systemzustand entspricht. Nehmen wir als Beispiel das Modell eines Schwingungsdämpfers. Die Dämpfung entsteht dadurch, dass die Bewegungsenergie in Wärme umgewandelt wird. Da es sich primär um viskose Dämpfung handelt, ist sie hauptsächlich geschwindigkeitsproportional. Die einfachste Betrachtung ist ein statisches System mit einem Kraftgesetz $F = d(v) \cdot v$. Die Voraussetzung für diese Modellierung ist, dass die entstehende Wärme vollständig innerhalb jedes Bewegungszyklus abgebaut wird und somit die Viskosität des im Dämpfer befindlichen Öls konstant bleibt. Wird der Dämpfer nicht ausreichend gekühlt, führt dies zu einer Erwärmung des Öls und somit zu einem Absinken der Viskosität. Ein Dämpfer mit zu Beginn der Betrachtung kaltem Öl liefert also andere Ergebnisse als ein Dämpfer mit erwärmtem Öl zu einem späteren Zeitpunkt. Das System muss also bei dieser Betrachtung eine Energiebilanz enthalten, ob die Wärme an die Umgebung abgegeben werden kann oder ob sie zur Erwärmung des Öls beiträgt. Mindestens das Ergebnis dieser Bilanzierung muss gespeichert werden und ihr Einfluss auf die Viskosität implementiert werden, dann haben wir ein dynamisches System modelliert.

Reale Systeme sind letztlich immer dynamisch, da sie über ein hinreichend großes Beobachtungsintervall stets einer Änderung unterliegen (z. B. Alterungsprozesse). Nichtsdestotrotz kann oft für kürzere Beobachtungsintervalle ein statisches Verhalten des Systems angenommen werden, wenn diese Änderungen vernachlässigt werden können, das heißt, wenn sie keinen direkten Einfluss auf das interessierende Systemverhalten haben.

2.2.2 Änderungsverhalten

Für die Ein- und Ausgangssignale des Systems muss man unterscheiden, ob sie sich über der Zeit kontinuierlich (analog) oder nur zu diskreten Zeitpunkten (digital) ändern. Der Unterschied ist elementar. Bei zeitkontinuierlichen Systemen wissen wir zu jedem beliebigen Zeitpunkt wie das Systemverhalten ist und für jeden weiteren Zeitpunkt mit beliebiger zeitlicher Entfernung ebenso. Anders verhält es sich mit zeitdiskreten Signalen. Sie ändern sich nur zu bestimmten Zeitpunkten und zwischen zwei benachbarten Zeitpunkten wissen wir nicht, welche Änderung das Signal erfährt. Bleibt es bis zum nächsten Zeitpunkt konstant und springt dann auf den neuen Wert oder ändert der Wert sich kontinuierlich? Je größer der Abstand zwischen zwei Zeitpunkten ist, desto größer ist die Unsicherheit über das Systemverhalten zwischen diesen Punkten.

Beschreiben wir das Systemverhalten zum Beispiel mit gewöhnlichen Differenzialgleichungen, so gehen wir von einem stetigen Verlauf des zugehörigen Signals aus.[14] Messen wir das Systemverhalten mit einem digitalen Messinstrument, so erhalten wir nur im Zeitraster der Abtastrate Informationen über den Systemzustand. Das heißt, ein ursprünglich zeitkontinuierliches System wird aufgrund des Messverfahrens zu einem zeitdiskreten System. Betrachten wir ein schwingungsfähiges System, so ist das Verhältnis der Schwingungsdauer zur Abtastrate dafür entscheidend, was wir vom Systemverhalten mitbekommen. In der Verarbeitung digitaler Signale werden hierfür die Begriffe Abtasttheorem und Alias-Effekt verwendet, letzterer wird in Bild 2.9 deutlich. Wird das System zu langsam abgetastet, wird ein Schwingungsverhalten *gemessen*, dass in keiner Weise dem realen Verhalten entspricht. Die Abtastrate muss also ein Vielfaches der Eigenfrequenz betragen, damit der wahre Verlauf des Signals deutlich wird.

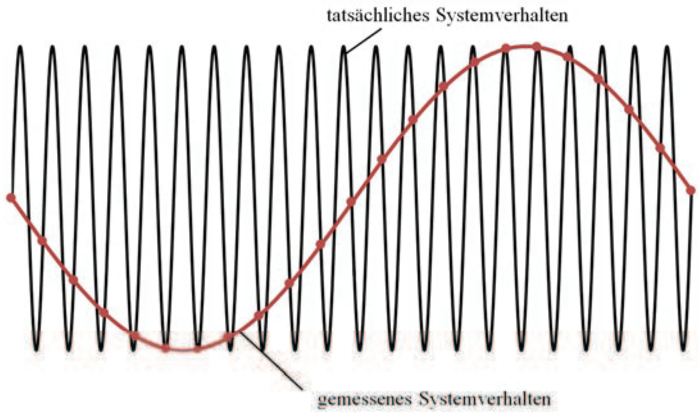

Bild 2.9 Abtastung eines analogen Signals mit zu niedriger Abtastrate

Simulieren wir das Systemverhalten, verwenden wir dafür in der Regel numerische Näherungsverfahren, wie sie in Kapitel 4 beschrieben werden. Hier führt anstatt der Abtastrate des Messverfahrens die Schrittweite des Integrationsverfahrens zur Diskretisierung des Zeitverhaltens unseres Systems. Auch hier gilt, dass die Schrittweite deutlich kleiner sein muss, als das Zeitverhalten, das wir beobachten wollen.

[14] Wir bleiben hier im Rahmen der Technischen Mechanik und blicken nicht auf die Quantenmechanik, bei der sich letztlich doch alles diskret ändert.

Aber nicht nur das Zeitverhalten wird diskret dargestellt. Auch die Amplitude des Signals wird aufgrund einer endlichen Darstellungsgenauigkeit diskretisiert. Dafür muss zunächst der zu betrachtende Zahlenraum bekannt sein, dann wird er in *n* gleiche Teile unterteilt, wenn *n* die zu erzielende Genauigkeit ist. Nehmen wir als Beispiel ein Beschleunigungssignal, dessen Wertebereich wir mit ± 5 g (± 5 · 9,81 m/s² = ± 49,033 m/s²) einschätzen. Als Darstellungsgenauigkeit nehmen wir 8 Bit an, womit wir $2^8 = 256$ verschiedene Werte darstellen können. Teilen wir die Bandbreite des Signals von 10 g durch 256 erhalten wir eine Auflösung von 0,383 m/s². Wir können also nur ganzzahlige Vielfache dieses Wertes auswerten. Sind wir an kleineren Werten interessiert, so müssen wir den Wertebereich einschränken oder die Darstellungsgenauigkeit erhöhen. Ein Messwert, der als Zahl 17 ausgewertet würde, stellt dann den Wert -49,033 m/s² + 17 · 0,383 m/s² = -42,521 m/s² dar. Wie Werte kleiner -5 g oder größer +5 g dargestellt werden, muss definiert werden.[15]

Da die Simulationen von Systemen auf digitalen Rechnern stattfinden (auch wenn tatsächlich alles analog begann), werden also auch alle berechneten Signale wertdiskret dargestellt. Bei unserer heutigen Rechnertechnik ist eine Darstellungsgenauigkeit von 64 oder gar 128 Bit kein wirkliches Problem mehr. Spätestens, wenn man sich mit der Einbindung von realen digitalen Regelsystemen beschäftigt, wird man sich auch mit geringeren Genauigkeiten beschäftigen müssen. Das bedeutet, dass die berechneten Signale sowohl zeit- wie auch wertdiskret sind, was in Bild 2.10 verdeutlicht wird.

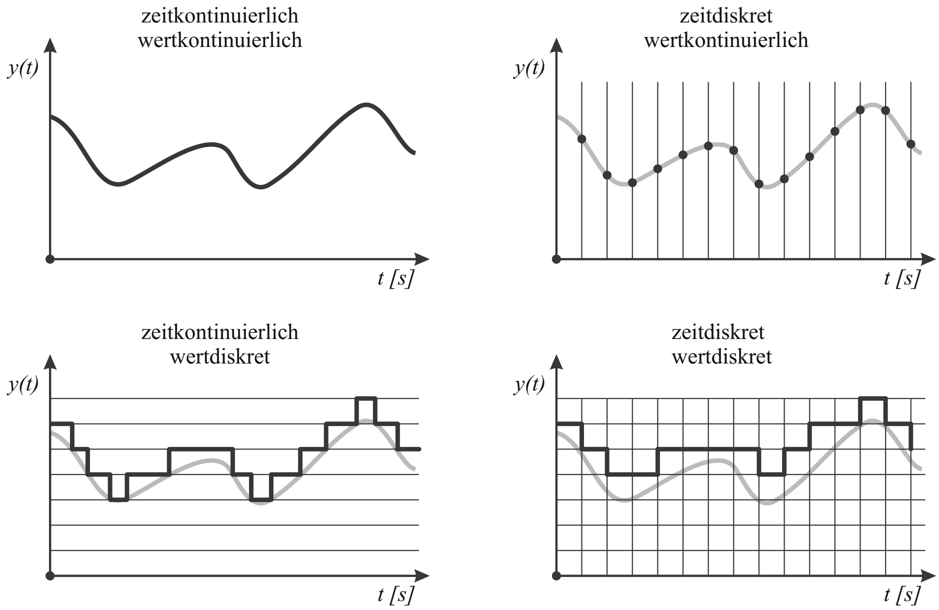

Bild 2.10 Zeit- und Wertdiskretisierung eines Signals

[15] Man kann zum Beispiel einen Fehler generieren (*Overflow*/*Underflow*) oder den maximal bzw. minimal darstellbaren Wert fortschreiben.

2.3 Fragestellungen aus der gegebenen Systemstruktur

Abhängig von den gegebenen Systembestandteilen Eingangssignal, Übertragungsverhalten und Ausgangssignal ergeben sich unterschiedliche Fragestellungen, die nachfolgend beschrieben werden. In diesem Buch beschäftige ich mich fast ausschließlich mit der Analyse der Fahrwerkkomponenten – nichtsdestotrotz stelle ich Ihnen die beiden anderen Vorgehensweisen kurz vor.

2.3.1 Systemanalyse

Der häufigste Fall für eine Simulation ist die sogenannte Analyse. Wir kennen das Systemverhalten, da wir das Übertragungsverhalten selbst formuliert haben oder wissen wie es formuliert wurde. Wir wissen also, wie das Kraftgesetz unserer Feder aussieht. Dann kennen wir die Eingangssignale, die unser System erfahren wird. Im Falle der Feder könnten das verschiedene Weganregungen sein. Gesucht werden die Ausgangssignale, welche die Feder produziert, wenn sie mit den Anregungen beaufschlagt wird. Im Falle der Feder (Bild 2.11) kann man sich die Rechnung fast sparen, aber es ist hoffentlich einsichtig, dass bei komplexeren Systemen die Antwort nicht immer auf der Hand liegt.

Wir erwarten bei dieser Konstellation eine eindeutige, reproduzierbare Antwort. Wir kennen das System vollständig[16], sonst hätten wir es nicht beschreiben können und haben damit ein sogenanntes White-Box-System.

$$ds \longrightarrow \boxed{F = c \cdot ds} \longrightarrow ?$$

Bild 2.11 Analyse der Feder

2.3.2 Systemidentifikation

Im Gegensatz zum vorherigen Fall kennen wir unser System nicht oder nicht vollständig – wir haben ein sogenanntes Black-Box-System. Wir haben zum Beispiel ein System eines Mitbewerbers auf dem Tisch liegen und wollen im Sinne eines Benchmarkings wissen, wie es funktioniert. Oder wir haben schlichtweg keine Ahnung (bzw. nicht die richtige mathematische Beschreibungsform), wie wir das Verhalten beschreiben sollen. Wir werden versuchen, das Systemverhalten zu identifizieren. Dafür testen wir das Verhalten des Systems auf verschiedene Eingangssignale, indem wir die zugehörigen Ausgangssignale messen. Mithilfe der Verfahren der Systemidentifikation versuchen wir, ein Ersatzsystem zu formulieren, welches dasselbe Verhalten zeigt. Wir suchen also das sogenannte Übertragungsverhalten.

Mit etwas Erfahrung und den richtigen Methoden werden wir hoffentlich ein passendes Ersatzsystem finden. Dieses System ist aber direkt abhängig von den Eingangssignalen, die wir zur Identifikation verwendet haben. Nutzen wir das ermittelte Übertragungsverhalten später für andere Signalarten oder Wertebereiche kann die Gültigkeit des Ersatzsystems unter Umständen schnell verlassen werden.

[16] Im Sinne der für diese Fragestellung notwendigen Vollständigkeit.

Das Ersatzsystem ist nicht eindeutig, das heißt, es ist *nur* eine mögliche Lösung. Es kann auch beliebig viele andere Lösungen geben, die für die gewählten Eingangssignale zu denselben Ausgangssignalen kommen. Physikalische Parameter des realen Systems lassen sich nur dann abschätzen, wenn die Grundidee des Ersatzsystems diese auch berücksichtigt hat.

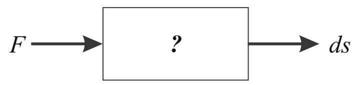

Bild 2.12 Identifikation der Feder

Würden wir unsere Feder identifizieren, so wären wir schnell fertig (Bild 2.12). Ein paar Auslenkungen der Feder führen uns zu einer Geraden und die Parameter der Geradengleichungen lassen sich bekanntlich mit zwei Punkten finden. Versuchen wir das doch einmal mit einem ABS-Regler…

2.3.3 Systemsteuerung

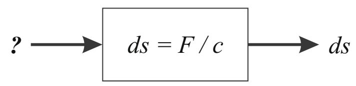

Bild 2.13 Steuerung der Feder

Im letzten Fall, den die Kombinatorik bei drei Elementen bereithält, kennen wir das Systemverhalten (White-Box) und das gewünschte Ausgangssignal. Wir suchen also das passende Eingangssignal. Je nach System gibt es genau eine oder auch mehrere Lösungen für das gesuchte Problem. Es geht also um die richtige Ansteuerung unseres Systems, unter der Voraussetzung, dass dieses auch mit dem System erreichbar ist. Im Fall der Feder ist die Frage, welche Kraft benötigen wir, um die gewünschte Auslenkung zu erhalten (Bild 2.13).

Soll eine bestimmte potenzielle Energie in der Feder gespeichert werden, so gilt

$$E_P = \frac{1}{2}\, c\, ds^2 \tag{2.7}$$

womit zwei mögliche Lösungen existieren, da die Feder die Energie sowohl als Druckkraft, wie auch als Zugkraft speichern kann.