

Inhaltsverzeichnis

Abbildungsverzeichnis	XI
I Balancieren mit Differentialgleichungen: Der Segway	1
Jörg Härterich, Martin Mönnigmann, Aeneas Rooch, Moritz Schulze Darup	
1 Die Aufgabe	3
1.1 Steckbrief	3
1.2 Ausführliche Projektbeschreibung	3
1.3 Mathematische Inhalte	4
2 Die Schritte zum Ziel	5
2.1 Ein einfaches Modell aufstellen	5
2.2 Die Bewegung des Pendels verstehen und beschreiben	5
2.3 Zwischenbilanz	8
2.4 Regelung durch Zustandsrückführung	8
3 Die Lösungen	11
3.1 Ein einfaches Modell aufstellen (Aufgaben 2.1)	11
3.2 Die Bewegung des Pendels verstehen und beschreiben (Aufgaben 2.2)	12
3.2.1 Aufstellen der Bewegungsgleichung	12
3.2.2 Linearisieren der Bewegungsgleichung	14
3.2.3 Lösen der Bewegungsgleichung	17
3.3 Zwischenbilanz (Aufgaben 2.3)	21
3.4 Regelung durch Zustandsrückführung (Aufgaben 2.4)	26
3.4.1 Eingang abhängig vom Zustand	26
3.4.2 Bestimmung einer Reglermatrix	27
3.4.3 Die Lösung der neuen Bewegungsgleichungen	28
3.5 Exkurs: Anwendung der Zustandsrückführung	29
4 Das Experiment	35
4.1 Der Versuchsstand	35
4.2 Implementierung und Auswertung des Regelgesetzes	36
4.3 Experimentieren mit dem inversen Pendel	40
4.4 Vom inversen Pendel zum Segway	42
5 Exemplarischer Zeitplan	47

II Cool bleiben: Design eines Rippenkühlers 51

Jörg Härterich, Aeneas Rooch

6 Die Aufgabe 53

6.1	Steckbrief	53
6.2	Ausführliche Projektbeschreibung	53
6.3	Mathematische Inhalte	54

7 Die Schritte zum Ziel 55

7.1	Wärmetransport	55
7.2	Verstehen, wie Wärme fließt	55
7.3	Warmup: Stationäre, eindimensionale Wärmeleitung	56
7.4	Der Temperaturverlauf in Kühlrippen	57
7.5	Den Wirkungsgrad optimieren	61
7.6	Die Anzahl der Rippen optimieren	62

8 Die Lösungen 65

8.1	Wärmetransport	65
8.2	Verstehen, wie Wärme fließt	66
8.3	Stationäre, eindimensionale Wärmeleitung	67
8.3.1	Aufstellen der Wärmeleitungsgleichung	67
8.4	Der Temperaturverlauf in Kühlrippen	72
8.4.1	Wärmeübergang durch Differentialgleichung beschreiben . . .	72
8.4.2	Rechteckiges Rippenprofil	74
8.4.3	Parabolisches Rippenprofil	77
8.4.4	Dreieckiges Rippenprofil	79
8.4.5	Diskussion der Annahmen	82
8.5	Den Wirkungsgrad optimieren	83
8.5.1	Eine einzelne Rippe optimieren	83
8.5.2	Maximaler Wärmefluss	85
8.6	Die Anzahl der Rippen optimieren	87

9 Exemplarischer Zeitplan 95**III Mit Trigonometrie schaukelfrei ans Ziel: Kransteuerung 97**

Jörg Härterich, Martin Mönningmann, Aeneas Rooch

10 Die Aufgabe 99

10.1	Steckbrief	99
10.2	Ausführliche Projektbeschreibung	99
10.3	Mathematische Inhalte	100

11 Die Schritte zum Ziel	101
11.1 Modellierung	101
11.2 Linearisierung der Bewegungsgleichungen	103
11.3 Der vorsichtige Kranführer: cosinusförmige Beschleunigung	104
11.4 Der sportliche Kranführer: Rechteck-Beschleunigung	110
11.5 Abschließender Vergleich	114
12 Die Lösungen	115
12.1 Die Bewegungsgleichung (Aufgaben 11.1)	115
12.2 Von der nichtlinearen zur linearen Differentialgleichung (Aufgaben 11.2)	117
12.2.1 Vergleich des nichtlinearen Modells mit der linearisierten Form	118
12.3 Lösung für eine cosinusförmige Beschleunigung (Aufgaben 11.3)	121
12.3.1 Aufstellen der Differentialgleichung	121
12.3.2 Lösen der Differentialgleichung	123
12.3.3 Die Dauer der Beschleunigungsphase	125
12.3.4 Die maximale Beschleunigung	127
12.3.5 Konkrete Sonderfälle	129
12.3.6 Zahlenbeispiele	131
12.4 Lösung für eine Rechteck-Beschleunigung (Aufgaben 11.4)	137
12.4.1 Die Beschleunigungsphase	137
12.4.2 Die Bremsphase	140
12.4.3 Die Symmetriebedingung	141
12.4.4 Die Bewegung in der Fahrtphase	142
12.4.5 Zahlenbeispiele	145
12.5 Abschließender Vergleich	148
12.6 Unter der Lupe: Optimalsteuerung	148
13 Exemplarischer Zeitplan	151
IV Immer mit der Ruhe: Schwingungstilgung	153
Jörg Härterich, Philipp Junker, Aeneas Rooch	
14 Die Aufgabe	155
14.1 Steckbrief	155
14.2 Ausführliche Projektbeschreibung	155
14.3 Mathematische Inhalte	158
15 Die Schritte zum Ziel	159
15.1 Verstehen, wie sich die Masse bewegt	159
15.2 Realistischer modellieren mit Dämpfung	160

15.3	Werkzeug: Lineare Differentialgleichungssysteme lösen	164
15.4	Das Praxisproblem lösen	165
16	Die Lösungen	167
16.1	Verstehen, wie sich die Masse bewegt (Aufgaben 15.1)	167
16.1.1	Lösung der Bewegungsgleichung	167
16.1.2	Bewegungsgleichung bei Anregung	168
16.1.3	Begriffe klären	174
16.1.4	Vermessen des Versuchsaufbaus	174
16.2	Realistischere Modellierung mit Dämpfung (Aufgaben 15.2)	175
16.2.1	Dämpfungskraft	175
16.2.2	Bewegungsgleichung mit Dämpfung	175
16.2.3	Bewegungsgleichung mit Dämpfung bei Anregung	177
16.3	Lineare Differentialgleichungssysteme (Aufgaben 15.3)	183
16.4	Das Praxisproblem (Aufgaben 15.4)	192
16.4.1	Korrektur der ersten Masse	192
16.4.2	Aufstellen des homogenen DGL-Systems	192
16.4.3	Bestimmen der Eigenfrequenzen	194
16.4.4	Lösen des inhomogenen DGL-Systems	202
16.4.5	Allgemeine Lösung der inhomogenen DGL	205
17	Das Experiment	209
17.1	Experimenteller Aufbau	209
17.1.1	Ziele und Anforderungen	209
17.1.2	Aufbau und Fertigung	210
17.2	Durchführung	217
18	Exemplarischer Zeitplan	221