1 Grundlagen der Wärmeübertragung

1.1 Praktische Bedeutung

»Die Temperaturunterschiede streben dem Ausgleich zu.« [13]

Dies ist nicht nur eine wissenschaftliche Erkenntnis, sondern beschreibt auch bekannte „thermische" Alltagserfahrungen, z. B.:

- Die Abkühlung einer heißen Kartoffel lässt sich durch kräftiges Anpusten beschleunigen.
- Beim Öffnen eines Fensters strömt im Winter kalte Außenluft ein und warme Raumluft aus.
- Jeder Automotor benötigt eine Warmlaufphase, bis er seine Betriebstemperatur erreicht.
- In klaren Nächten kann auch bei Temperaturen über $0\,°\mathrm{C}$ Bodenfrost auftreten.
- Eine Kirche mit dicken Steinmauern bietet im Sommer bei hohen Außentemperaturen ein angenehmes Raumklima.

Auch wenn uns diese Vorgänge selbstverständlich und vertraut erscheinen, handelt es sich dabei doch um teilweise komplexe Vorgänge der Wärmeübertragung. Zur erfolgreichen Analyse, Berechnung und Optimierung von Wärmetransportvorgängen sowie zur Entwicklung neuer Verfahren und Technologien sind solide und umfassende Kenntnisse der Wärmeübertragung unerlässlich.

Die Wärmeübertragung ist keineswegs auf die klassischen Bereiche der Technik, wie

- Energietechnik (z. B. Kraftwerke, Turbinen, Fernwärmesysteme)
- Fahrzeugtechnik (z. B. Motorkühlung, Fahrzeugklimatisierung)
- Luft- und Raumfahrttechnik (z. B. Hitzeschilde für Wiedereintritt)
- Gebäudetechnik (z. B. Solarkollektoren, Heizkörper),

beschränkt, sondern gewinnt zunehmend auch in angrenzenden Fachgebieten an Bedeutung:

- Elektrotechnik (z. B. energiesparende Kühl- und Gefriergeräte)
- Informationstechnologie (z. B. Hochleistungs-CPUs)
- Produktionstechnik (z. B. Wärmebehandlung von Werkstoffen)
- Messtechnik (z. B. Temperatursensoren, Wärmebildkameras)
- Mechatronik und Nanotechnologie (z. B. Nanoröhren, Nanobots)
- Umwelttechnik (z. B. regenerative Energien, Brennstoffzellen)
- Recycling und Entsorgungstechnik (z. B. thermische Trennverfahren)
- Bio- und Medizintechnik (z. B. Biosensoren, Thermografie zur Lokalisation von Entzündungen, Hyperthermie)
- Lebensmitteltechnologie (z. B. Kühlung von Lebensmitteln, Pasteurisierung, Transportbehälter)
- Meteorologie und Klimatologie (z. B. Treibhauseffekt, globale Erderwärmung)

Eine enge Beziehung der Wärmeübertragung besteht auch zur Stoffübertragung, die hier aber nicht behandelt wird.

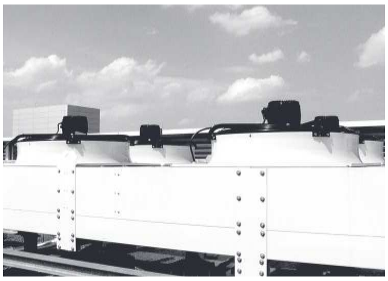


Bild 1.1: *Rückkühlwerk einer Klimaanlage.*

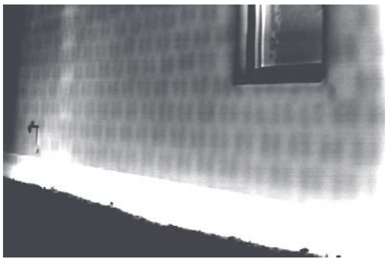


Bild 1.2: *Thermogramm einer Fassade.*

Bild 1.3: *Glaskuppel des Reichstags Berlin.*

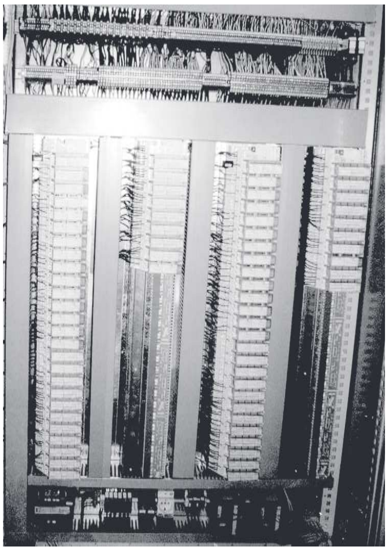


Bild 1.4: *Elektrischer Schaltschrank.*

Im Folgenden bezeichnet ϑ die Celsius-Temperatur, T die absolute Temperatur, t die Zeit, $\dot{Q}$ den Wärmestrom und $\dot{q}$ die Wärmestromdichte.

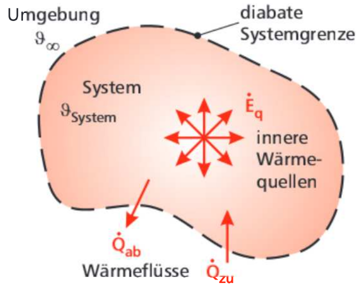


Bild 1.5: *Wärmeübertragung durch Wärmeflüsse über eine diatherme Systemgrenze.*

Ströme (z. B. Massen-, Volumen-, Wärme-, Enthalpieströme) werden **mit** einem über das betreffende Symbol gesetzten **Punkt** gekennzeichnet, also $\dot{m}, \dot{V}, \dot{Q}, \dot{H}$, während die vom jeweiligen Strom geänderten Quantitäten m, V, Q, H ohne Punkt notiert werden.

Die Aussage „Das System enthält 10 MJ Wärme." ist eigentlich unzutreffend. Besser ist die Sprechweise: „Dem System wurden 10 MJ Wärme zugeführt, wodurch sich die innere Energie um 10 MJ erhöhte."

Die Begriffe „Temperaturaufnahme" und „Temperaturabgabe" entspringen der Fehlvorstellung eines „Temperaturflusses". Tatsächlich führt ein Wärmefluss bzw. ein Wärmestrom zu Temperaturänderungen (Anstieg/Abnahme).

Thermodynamisch ist die Wärme wie die Arbeit keine Zustands-, sondern eine Prozessgröße. **Zustandsgrößen** (z. B. Temperatur T, innere Energie U) kennzeichnen als wegunabhängige Systemeigenschaften einen bestimmten Zustand eines thermodynamischen Systems. Demgegenüber beschreiben **Prozessgrößen** (z. B. Wärme Q, Arbeit W) die Form der Energieübertragung und hängen vom gewählten thermodynamischen Weg ab.

Intensive Zustandsgrößen hängen im Unterschied zu **extensiven** Zustandsgrößen nicht von der Masse bzw. der Stoffmenge des Systems ab. Bei Teilung eines Systems in zwei gleich große Teile besitzen beide Teile dieselben Werte der intensiven Zustandsgrößen wie das Ausgangssystem, während sie nur die halben Werte der extensiven Zustandsgrößen aufweisen.

Es wird davon ausgegangen, dass der (die) Leser(in) im Wesentlichen mit den Grundlagen der Wärmeübertragung vertraut ist. Die umfangreiche Literatur [1]–[23] bedient sich teilweise unterschiedlicher Bezeichnungen und Symbole, wobei sich das vorliegende Buch auf die gängige Nomenklatur stützt und diese bei Bedarf sinnvoll ergänzt.

1.2 Wärme, Wärmestrom, Wärmestromdichte

Wärme ist Energie, die an der diathermen (wärmedurchlässigen) Grenze zwischen Systemen verschiedener Temperatur auftritt und allein aufgrund des Temperaturunterschiedes ohne Arbeitsleistung zwischen den Systemen übertragen wird (Bild 1.5). Die **Thermodynamik** beschäftigt sich mit der Wärme Q in J (Joule) $=$ W · s, die bei verschiedenen **Gleichgewichtszuständen** eines Systems auftritt. Der gelegentlich verwendete Begriff Wärmemenge entstammt der unzutreffenden Vorstellung, Wärme bestünde aus einem Stoff, dem man eine gewisse Stoffmenge zuweisen könne. Die Wärme Q wird dadurch übertragen, dass in der Zeit $t = t_1 - t_0$ ein **Wärmestrom** $\dot{Q}$ in W (Watt) $= 1$ J/s fließt:

$$Q = \int_{t_0}^{t_1} \dot{Q}(t)\,\mathrm{d}t; \qquad \text{bzw.} \qquad Q = \dot{Q} \cdot (t_1 - t_0)\,, \quad \text{falls } \dot{Q} = \text{const.} \tag{1.1}$$

Häufig wird mit der **Wärmestromdichte** $\dot{q}$ der auf die Fläche A bezogene Wärmestrom zur Beschreibung von Systemen verwendet:

$$\dot{q} = \frac{\dot{Q}}{A} \qquad \text{und} \qquad \dot{Q} = \dot{q} \cdot A \qquad [\dot{q}] = \frac{\text{W}}{\text{m}^2} \tag{1.2}$$

Wärme fließt nach dem 2. Hauptsatz der Thermodynamik selbsttätig entlang eines Temperaturgefälles stets von höherer zu niedrigerer Temperatur. Besitzen zwei Systeme in Abwesenheit thermoelektrischer Effekte (z. B. Peltier-Effekt) dieselbe Temperatur (thermisches Gleichgewicht nach dem 0. Hauptsatz), kommt der Wärmefluss zum Erliegen. Die Energieform Wärme tritt damit nur bei der Überschreitung der Systemgrenze in Erscheinung. Im System selbst ist die Wärme nicht feststellbar, sondern sie trägt zur Änderung der inneren Energie U des Systems bei. Die Erfassung der Änderung der inneren Energie ΔU (bei Festkörpern und Flüssigkeiten näherungsweise auch der Enthalpie ΔH) erfolgt indirekt über die Temperaturmessung.

Der Systembegriff der Thermodynamik ist auch in der Wärmeübertragung von zentraler Bedeutung. Das **thermodynamische System** ist ein durch eine **Systemgrenze** festgelegtes Gebiet, das zum Zweck der Analyse von seiner **Umgebung** gedanklich abgegrenzt wird (Bild 1.5). In Bezug auf das gesteckte Untersuchungsziel sollte die Systemgrenze so gewählt werden, dass eine möglichst einfache Lösung erreicht wird. Die Grenzen eines Systems können fest oder variabel, materiell oder imaginär, durchlässig oder undurchlässig sein. Thermodynamische Systeme lassen sich nach ihren Wechselwirkungen hinsichtlich des Energie- und Stofftransports mit der Umgebung einteilen.

Geschlossene Systeme sind massedicht und ermöglichen keinen Stofftransport über die Systemgrenze. Bei **offenen Systemen** treten Massenströme (ggf. an verschiedenen Stellen) über die Systemgrenze. Bei halboffenen Systemen erfolgt der Massentransport nur in eine Richtung über die Systemgrenze (z. B. Ausströmen aus einem Behälter).

Hinsichtlich des Wärmetransports ist zwischen **adiabaten** (wärmedichten) und **diathermen** (wärmedurchlässigen) Systemen zu unterscheiden. Da eine thermisch ideale Wärmedämmung nicht möglich ist, stellt der Begriff „adiabat“ eine Idealisierung dar und wird in der Praxis für Systeme verwendet, bei denen der Wärmefluss über die Systemgrenze vernachlässigbar klein ist, wie z. B. bei sehr gut gedämmten Rohrleitungen (Bild 1.7).

1.3 Temperatur und Temperaturfelder

Im thermodynamischen Sinne ist die **Temperatur** eine intensive Zustandsgröße, die als Grundgröße nicht auf andere Größen zurückgeführt werden kann, sondern eindeutig definiert werden muss. Dies gelingt mithilfe des thermischen Gleichgewichts thermodynamischer Systeme (0. Hauptsatz). Danach haben zwei Systeme im thermischen Gleichgewicht immer dieselbe Temperatur, während Systeme, die nicht im thermischen Gleichgewicht miteinander stehen, stets unterschiedliche Temperaturen aufweisen.

Die Temperatur charakterisiert damit den **thermischen Zustand eines Systems**. Durch den Wärmesinn besitzt der Mensch mit „heiß“, „warm“ und „kalt“ qualitative und relative Vorstellungen über den thermischen Zustand von Systemen. Eine Quantifizierung dieser Empfindungen war jedoch erst mit der Einführung des Temperaturbegriffs und der Erfindung funktionierender Thermometer mit geeigneten Skalen möglich.

Temperaturen können entweder als **Celsius-Temperaturen** ϑ oder als **absolute (thermodynamische) Temperaturen** T notiert werden:

$$T = \frac{\vartheta}{°\mathrm{C}} \cdot \mathrm{K} + \mathrm{T}_0; \qquad [T] = \mathrm{K} \qquad \text{mit} \qquad T_0 = 273{,}15\ \mathrm{K} \tag{1.3}$$

$$\vartheta = \frac{T - T_0}{\mathrm{K}} \cdot °\mathrm{C}; \qquad [\vartheta] = °\mathrm{C} \tag{1.4}$$

Im Folgenden werden Temperaturen bis auf die Wärmestrahlung als Celsius-Temperaturen angegeben und mit dem Symbol ϑ notiert. Da sich beide Temperaturen nur um die additive Konstante T_0 unterscheiden, ist es unerheblich, ob **Temperaturdifferenzen** zwischen Celsius- oder Kelvin-Temperaturen berechnet werden.

$$\Delta T = T_1 - T_2 \tag{1.5}$$

$$\Delta\vartheta = \vartheta_1 - \vartheta_2 \tag{1.6}$$

$$\Delta T = T_1 - T_2 = (\vartheta_1 + T_0) - (\vartheta_2 + T_0) = \vartheta_1 - \vartheta_2 = \Delta\vartheta \tag{1.7}$$

Es ist allerdings zu beachten, dass **Temperaturdifferenzen generell in K** angegeben werden, unabhängig davon, auf welcher Temperaturskala sie berechnet wurden. Der scheinbare Widerspruch, dass die Gln. (1.3) und (1.4) mit K und °C zwei unterschiedliche Einheiten verknüpfen, lässt sich dadurch auflösen, dass jede Celsius-Temperatur als Temperaturunterschied zum Nullpunkt der Celsius-Skala interpretiert und damit in K angegeben werden kann. In der Praxis sind daher auch Schreibweisen etabliert, die K und °C direkt verknüpfen, z. B. :

$20\ °\mathrm{C} + 273{,}15\ \mathrm{K} = 293{,}15\ \mathrm{K}$ oder $300\ \mathrm{K} - 273{,}15\ \mathrm{K} = 26{,}85\ °\mathrm{C}$

Die Begriffe „**Isolation**“ bzw. „**isolieren**“ kennzeichnen Schutzmaßnahmen gegen den elektrischen Strom. Im Zusammenhang mit wärmetechnischen Maßnahmen spricht man besser von „**Wärmedämmung**“ bzw. „**dämmen**“, auch wenn der Begriff „Isoliertechnik“ in der Praxis eingeführt ist.

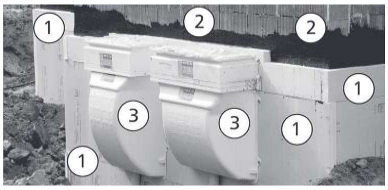


Bild 1.6: *Beispiel für eine Wärmedämmung: Perimeterdämmung ① aus extrudiertem Polystyrol (XPS) an einer betonierten Kellerwand mit darüber liegender ungedämmter Ziegelwand ② sowie Aussparungen im Bereich der Lichtschächte ③. Oberhalb der Wärmedämmung ist eine Feuchtesperre in Form einer Bitumendickbeschichtung (schwarz) erkennbar, die ebenfalls keine „Isolierung“ darstellt.*

Bild 1.7: *Gedämmte Rohrleitungen.*

Im Unterschied zum Winkelmaß ° (Grad) wird die Dimension °C mit einem Leerzeichen an die Maßzahl gesetzt, also $45°$, aber $45\ °\mathrm{C}$. Die Einheit ° ist für Celsius-Temperaturen ebenso unzutreffend wie C.

► **Beispiel:** ◄

Zwischen der Temperatur im Wohnzimmer von Frieda Frostig von $25\ °\mathrm{C}$ und der Außenlufttemperatur von $-5\ °\mathrm{C}$ besteht eine Differenz von $\Delta\vartheta = \vartheta_{\mathrm{innen}} - \vartheta_{\mathrm{außen}} = 25\ °\mathrm{C} - (-5\ °\mathrm{C}) = 30\ \mathrm{K}$ (30 Kelvin).

Die Angabe °K für eine Temperaturdifferenz ist falsch, richtig ist K.

Das große griechische Δ wird sowohl als Vorsatz für Differenzen als auch für den Laplace-Operator verwendet.

Beispiel:
Bei einer im siedenden Wasser gekochten Kartoffel weist zunächst jeder Volumenpunkt eine einheitliche Temperatur von $100\ °\mathrm{C}$ auf. Auf einem Teller kühlt sie vom Rand her ab. An der Außenseite herrschen niedrigere Temperaturen als im Zentrum. Jeder Punkt hat eine eigene Temperatur, die sich mit der Zeit ändert. Es liegt ein instationäres dreidimensionales Temperaturfeld $\vartheta(x,y,z,t)$ vor.

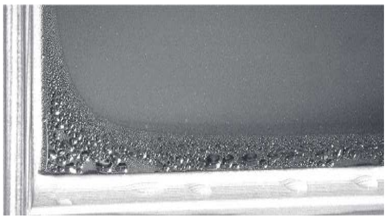


Bild 1.8: *Tauwasser und mehrdimensionales Temperaturfeld an einer Verglasung.*

Da ein Wärmestrom gemäß dem 2. Hauptsatz der Thermodynamik selbsttätig stets in einem Temperaturgefälle (von warm nach kalt) fließt, gibt der Temperaturgradient die **negative** Richtung des Wärmestroms an.

Bei eindimensionaler Geometrie lautet der Temperaturgradient $\mathrm{d}\vartheta/\mathrm{d}x$. Die hier gewählte allgemeinere Schreibweise $\partial\vartheta/\partial x$ gewährleistet die leichtere Übertragbarkeit der Ergebnisse auf den mehrdimensionalen Fall.

Tabelle 1.1: *Analogie zwischen dem Transport von Wärme und Wasser.*

Wärme ...	Wasser ...
... benötigt zum Fließen ...	
ein Temperaturgefälle.	ein natürliches Gefälle.
... fließt ...	
von warm nach kalt.	vom Berg ins Tal.
... kann nur durch Arbeit ...	
von kalt nach warm	vom Tal bergauf
... transportiert werden.	

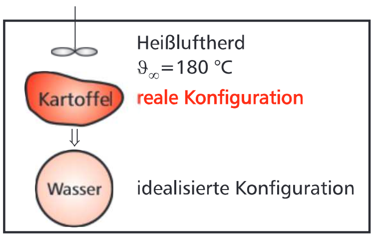


Bild 1.9: *Modellierung einer Kartoffel als Kugel mit den Eigenschaften von Wasser.*

Die Temperatur ist eine **skalare** Größe, d. h. sie besitzt keine Richtung. Hängt die Temperatur vom Ort ab, spricht man von einem **Temperaturfeld** (skalares Feld):

- eindimensionales Temperaturfeld $\vartheta = \vartheta(x)$
- zweidimensionales Temperaturfeld $\vartheta = \vartheta(x,y)$
- dreidimensionales Temperaturfeld $\vartheta = \vartheta(x,y,z)$

Hängt die Temperatur nur vom Ort und nicht von der Zeit ab, spricht man von einem **stationären** Temperaturfeld, anderenfalls von einem **instationären** (zeitabhängigen) Temperaturfeld:

- stationäres Temperaturfeld $\vartheta = \vartheta(\vec{x})$
- instationäres Temperaturfeld $\vartheta = \vartheta(\vec{x},t)$

Im Allgemeinen sind Temperaturfelder zeit- und ortsabhängig. Allerdings werden in der Praxis vielfach stationäre Zustände betrachtet, insbesondere wenn Gleichgewichtszustände interessieren (z. B. stationäre Betriebstemperatur in einem Verbrennungsmotor).

Der **Temperaturgradient** ist ein Vektor, der die Richtung des größten Temperatur**anstiegs** in einem Temperaturfeld angibt. Er berechnet sich aus den partiellen Ableitungen des Temperaturfeldes nach den Ortskoordinaten, z. B. gilt in kartesischen Koordinaten:

$$\mathbf{grad}\,\vartheta = \left(\frac{\partial\vartheta}{\partial x},\frac{\partial\vartheta}{\partial y},\frac{\partial\vartheta}{\partial z}\right)^{\mathrm{T}} = \frac{\partial\vartheta}{\partial x}\cdot\vec{e}_{\mathrm{x}} + \frac{\partial\vartheta}{\partial y}\cdot\vec{e}_{\mathrm{y}} + \frac{\partial\vartheta}{\partial z}\cdot\vec{e}_{\mathrm{z}} \tag{1.8}$$

Der Nabla-Operator erlaubt eine **koordinatenunabhängige** Notation:

$$\mathbf{grad}\,\vartheta = \nabla\vartheta \tag{1.9}$$

1.4 Wärmetransportmechanismen

Um eine bessere Vorstellung des in der Regel nicht sichtbaren Wärmeflusses zu erhalten, verwendet man in der Praxis **Analogien** (vgl. Tabellen 1.1 und 1.2), die auf bekannte bzw. einfachere Vorgänge zurückgreifen. Eine bekannte Modellvorstellung ist der Vergleich zwischen Wärme- und Wasserstrom (Tabelle 1.1). Wärmeübertragungsvorgänge spielen in vielen alltäglichen, aber auch in zahlreichen technischen Prozessen eine überaus wichtige Rolle. Das qualitative Verständnis der zugrunde liegenden Mechanismen und die Fähigkeit, auch quantitative Aussagen in Form ingenieurmäßiger Berechnungen vornehmen zu können, sind wichtige Voraussetzungen zur Dimensionierung und Optimierung technischer Systeme.

Zur Analyse von Wärmetransportvorgängen werden in der Praxis Modelle eingesetzt, die je nach Genauigkeitsanforderungen und vertretbarem Aufwand mehr oder weniger genaue Abbilder der komplexen realen Systeme darstellen. Teils sind entsprechende Modelle bereits verfügbar (z. B. in der Literatur), teils müssen sie im Rahmen von Forschungs- und Entwicklungsarbeiten erst an den jeweiligen technischen Systemen erstellt werden. Um die Komplexität der Modelle sinnvoll zu begrenzen, werden geeignete Vereinfachungen und Vernachlässigungen durchgeführt (z. B. wie in Bild 1.9), wozu vertiefte Kenntnisse der Grundlagen der Wärmeübertragung notwendig sind.

Die mathematische Behandlung physikalischer Probleme führt auf Ausdrücke, die Unterschiede der maßgeblichen Variablen zueinander beinhalten (z. B. $\frac{\partial^2\vartheta}{\partial x^2} \approx \frac{\Delta\vartheta}{\Delta x^2}$, $\frac{\partial\vartheta}{\partial t} \approx \frac{\Delta\vartheta}{\Delta t}$). Je kleiner die Inkremente (z. B. Δx, Δt) gewählt werden, desto genauer ist die jeweilige Beschreibung.

Im Grenzfall infinitesimaler und differenzieller Änderungen erhält man Differenzialgleichungen, die eine exakte Formulierung der zugrunde liegenden physikalischen Gesetzmäßigkeiten darstellen, wobei die jeweiligen Änderungsraten als Differenziale erscheinen. Daher werden zahlreiche Probleme im Ingenieurbereich durch **Differenzialgleichungen** beschrieben, zu deren Lösung die Mathematik die Grundlagen und Hilfsmittel (z. B. Trennung der Variablen, e-Funktionsansatz, Substitution, Potenzreihenansatz, Finite Differenzen, Finite Elemente etc.) bereitstellt. Jedoch sind zahlreiche praktische Probleme der Wärmeübertragung auch ohne Differenzialgleichungen lösbar.

1.4.1 Arten des Wärmetransports

Generell ist zwischen **stoffgebundenem** (Leitung und Konvektion) und **nichtstoffgebundenem** Wärmetransport (Strahlung)zu unterscheiden, so dass drei Transportmechanismen auftreten können:

- **Wärmeleitung** (in Festkörpern, untergeordnet in Flüssigkeiten und Gasen; z. B. Wärmetransport durch die Wandung eines Heizkörpers oder eine Zylinderbuchse in einem Verbrennungsmotor, winterliche Wärmeverluste durch eine Gebäudeaußenwand, s. a. Bild 1.10)
- **Konvektion** (Wärmemitführung durch Strömung, in Flüssigkeiten und Gasen; z. B. Wärmetransport durch Warmwasser vom Heizkessel zu den Heizkörpern, Umwälzung der Raumluft durch thermischen Auftrieb, Kühlwasser im Kühler eines Autos, s. a. Bild 1.12)
- **Wärmestrahlung** (zwischen zwei Körpern; z. B. Infrarotstrahler in einem Festzelt, Sonne, Glühlampe, Kachelofen, s. a. Bild 1.13)

Da sich die drei Wärmetransportmechanismen überlagern, ist die exakte Behandlung schwierig, und es sind in der Praxis meist Vereinfachungen notwendig (Modellbildung).

Die **Transportgesetze** der einzelnen Wärmeübertragungsarten lassen sich universell als Verknüpfung zwischen Wirkung (Strom bzw. Fluss) und Ursache (treibendes Gefälle) formulieren:

$$\textit{Strom der Transportgröße} = \textit{Transportkoeffizient} \times \textit{Gefälle} \tag{1.10}$$

1.4.2 Wärmeleitung

Wärmeleitung stellt einen Energietransport infolge atomarer und molekularer Wechselwirkung unter dem Einfluss ungleichförmiger Temperaturverteilung dar. Sie ist vor allem in Festkörpern von Bedeutung (Bild 1.10), tritt aber auch in Flüssigkeiten und Gasen auf.

Der empirische **Fourier'sche Wärmeleitungsansatz** (1.11) (*J.B. Biot*, 1804, 1816; *J.B.J. Fourier*, 1822) verknüpft den **Wärmestrom** $\vec{\dot{Q}}(\vec{x})$ in W bzw. die **Wärmestromdichte** $\vec{\dot{q}}(\vec{x})$ (flächenbezogener Wärmestrom)

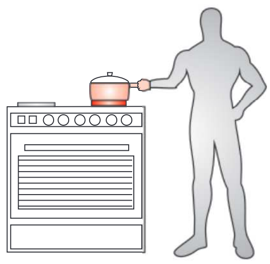
Wärmetransportvorgänge werden prinzipiell **in 3 Schritten** analysiert:

1. Identifikation aller maßgeblichen Variablen (z. B. instationäres 3dimensionales Temperaturfeld $\vartheta = \vartheta(x,y,z,t)$), Festlegung zutreffender Annahmen und Näherungen (z. B. Symmetrie in y und z), Anwendung relevanter physikalischer Gesetze und Prinzipien (z. B. Energiebilanz) zur mathematischen Problemformulierung.
2. Problemlösung mit geeigneten mathematischen Methoden (z. B. analytische oder numerische Lösung einer Dgl.). Als Lösung bezeichnet man
   (a) eine Funktion $\vartheta(x,y,z,t)$, mit der die Berechnung der Temperatur in jedem Punkt (x,y,z) eines Körpers und zu jeder Zeit möglich ist (analytische Lösung).
   (b) eine endliche Anzahl von Temperaturwerten, die bestimmten Punkten des Körpervolumens zugeordnet sind und entweder gemessen oder mit Computerprogrammen errechnet wurden (numerische Lösung).
3. physikalische Interpretation und Prüfung der Ergebnisse auf Plausibilität (z. B. Entfall nicht plausibler Lösungen bei quadratischen Gleichungen)

Der in der Praxis für **Wärmetransport** gängige, physikalisch unzutreffende Begriff **„Wärmeaustausch"** impliziert im Widerspruch zum 2. Hauptsatz einen gleichzeitigen Fluss in zwei Richtungen.

Tabelle 1.2: *Analogie zwischen Wärmetransport und dem Transport von Wasser beim Löschen eines Feuers.*

Wärmetransport	Wassertransport
Wärmeleitung	Eimerkette
Konvektion	mit Eimer laufende Person
Wärmestrahlung	Feuerwehrschlauch



Herdplatte → Topf → Hand

Bild 1.10: *Wärmetransport durch Leitung.*

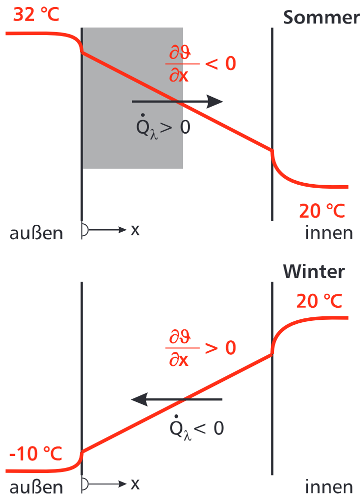


Bild 1.11: *Stationäre Wärmeleitung in einer Außenwand mit beidseitigem Wärmeübergang (oben: im Sommer; unten: im Winter).*

☞ Das **negative Vorzeichen** in den Gln. (1.11) und (1.12) bedeutet, dass ein **positiver Wärmestrom** (in Richtung der positiven x-Achse, vgl. Bild 1.11) stets in Richtung **abnehmender Temperatur** (d. h. in Richtung eines negativen Temperaturgradienten von warm nach kalt) fließt. Im eindimensionalen Fall entspricht der Temperaturgradient $\partial\vartheta/\partial x = \mathrm{d}\vartheta/\mathrm{d}x$ der Steigung der Temperaturkurve (Tangente, Steigungsdreieck) in einem bestimmten Punkt.

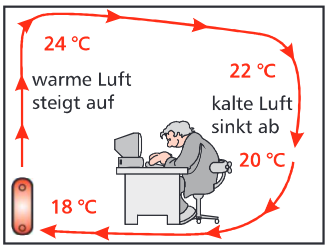


Bild 1.12: *Wärmetransport in einem Raum durch freie Konvektion.*

☞ Analog zum **Wärmeübergang** gemäß Gl. (1.13) gilt beim **Stoffübergang** mit dem Stoffübergangskoeffizienten β (in m/s) für den Massenstrom $\dot{m}$ bzw. die Massenstromdichte $\dot{m}^*$ als Funktion der Partialdichtedifferenz $(\varrho_\mathrm{w} - \varrho_\infty)$:

$$\dot{m} = \beta \cdot A \cdot (\varrho_\mathrm{w} - \varrho_\infty) \quad \text{bzw.} \tag{1.14}$$

$$\dot{m}^* = \beta \cdot (\varrho_\mathrm{w} - \varrho_\infty) \tag{1.15}$$

in $\mathrm{W/m^2}$ infolge Wärmeleitung mit dem zum Temperaturunterschied proportionalen Temperaturgradienten $\mathbf{grad}\,\vartheta$ in $\mathrm{K/m}$ und der durchströmten Fläche $A(\vec{x})$ in $\mathrm{m^2}$, wobei die jeweiligen Größen im allgemeinen Fall ortsabhängig sein können:

$$\dot{\vec{Q}}_\lambda(\vec{x}) = -\lambda(\vec{x}) \cdot A(\vec{x}) \cdot \mathbf{grad}\,\vartheta \quad \text{bzw.} \quad \dot{\vec{q}}_\lambda(\vec{x}) = -\lambda(\vec{x}) \cdot \mathbf{grad}\,\vartheta \tag{1.11}$$

Im **eindimensionalen Fall** (Ortskoordinate x) vereinfacht sich Gl. (1.11):

$$\dot{Q}_\lambda(x) = -\lambda(x) \cdot A(x) \cdot \frac{\partial\vartheta}{\partial x} \quad \text{bzw.} \quad \dot{q}_\lambda(x) = -\lambda(x) \cdot \frac{\partial\vartheta}{\partial x} \tag{1.12}$$

Weitere Vereinfachungen von Gl. (1.12) sind bei konstanter Wärmeleitfähigkeit λ bzw. konstanter Fläche A möglich.

Die **Wärmeleitfähigkeit** λ in $\mathrm{W/(m\,K)}$ ist eine Proportionalitätskonstante, die den maßgeblichen Transportkoeffizienten der stationären Wärmeleitung darstellt. λ ist als Stoffeigenschaft im Allgemeinen temperaturabhängig, allerdings ist dies in der Praxis aufgrund begrenzter Temperaturunterschiede häufig vernachlässigbar. In isotropen Stoffen ist λ zudem richtungsunabhängig. Holz besitzt als anisotroper Stoff quer zur Faser eine andere Wärmeleitfähigkeit als längs zur Faser.

1.4.3 Konvektion

Konvektion (Wärmemitführung) bezeichnet einen massegebundenen Energietransport in einem strömenden Fluid (Flüssigkeit, Gas) durch makroskopische Teilchenbewegung, der stets auch von Wärmeleitung (meist untergeordnet) begleitet wird. Je nach Antriebskraft ist zwischen **freier Konvektion** (natürlicher Konvektion) und **erzwungener Konvektion** (Zwangskonvektion) zu unterscheiden. Bei **Mischkonvektion** überlagern sich beide Konvektionsformen.

Der Wärmefluss zwischen einem Festkörper und einem bewegten Fluid wird als **konvektiver Wärmeübergang** bezeichnet. Bei einem Wärmetransport zwischen zwei durch einen Festkörper getrennten Fluiden (z. B. Wasser und Luft in einem Kühler) liegt ein **Wärmedurchgang (Wärmetransmission**, vgl. Bild 1.11) vor.

Bei der freien Konvektion (Bild 1.12) sind Strömungs- und Temperaturfeld über den thermischen Auftrieb gekoppelt, was die numerische Berechnung erschwert. Bei der erzwungenen Konvektion sind beide Felder voneinander entkoppelt, da der Antrieb durch einen äußeren Druckgradienten erfolgt.

Gemäß dem **Newton'schen Abkühlungsgesetz** (1.13) (*I. Newton*, 1701) ist der konvektiv übertragene Wärmestrom proportional zur wärmeübertragenden Fläche A und zum Temperaturunterschied zwischen Wand und Fluid $(\vartheta_\mathrm{w} - \vartheta_\infty)$:

$$\dot{Q}_\alpha = \alpha_\mathrm{K} \cdot A \cdot (\vartheta_\mathrm{w} - \vartheta_\infty) \quad \text{bzw.} \quad \dot{q}_\alpha = \alpha_\mathrm{K} \cdot (\vartheta_\mathrm{w} - \vartheta_\infty) \tag{1.13}$$

Die Wärmestromrichtung ergibt sich aus dem Vorzeichen der wirksamen Temperaturdifferenz, wobei auch hier der 2. Hauptsatz der Thermodynamik (Wärmefluss von warm nach kalt) zu beachten ist.